

APELLIDOS, NOMBRE: _____

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | TOTAL |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|
| | | | | | | | | | |
| 10 pts | 10 pts | 10 pts | 10 pts | 10 pts | 10 pts | 10 pts | 10 pts | 20 pts | 100 pts |

◇◇◇◇◇◇ **Razonar debidamente las respuestas** ◇◇◇◇◇◇

1. Calcular $\binom{5}{-p}$ para cualquier primo p .

2. Determinar las raíces del polinomio $x^5 - 2x - 1$ en $\mathbb{Z}/81\mathbb{Z}$.

3. Demostrar que el anillo de enteros del cuerpo cuadrático $\mathbb{Q}(\sqrt{-13})$ no es un DFU sin utilizar su número de clase.

4. Encontrar todos los ideales de $\mathbb{Z}[\sqrt{-13}]$ con norma 30.

5. Encontrar todos los ideales de $\mathbb{Z}[\sqrt{-13}]$ que contienen el elemento 26.

6. Calcular la factorización en ideales primos de $\mathbb{Z}[\sqrt{-13}]$ del ideal $\langle 1 + \sqrt{-13} \rangle$.

7. Sea \mathcal{H} el grupo de clase del anillo de enteros de $\mathbb{Q}(\sqrt{-13})$. Calcular:
 - a) Número de clase de $\mathbb{Q}(\sqrt{-13})$.
 - b) Representantes de los elementos de \mathcal{H} .
 - c) La estructura como grupo abeliano de \mathcal{H} .

8. Determinar si el anillo de enteros de $K = \mathbb{Q}(\sqrt{17})$ es un DFU.

9. Encuentra todas las soluciones enteras de la ecuación diofántica: $y^2 + 13 = x^3$.
