ÁLGEBRA LINEAL Y GEOMETRÍA • **Grado en Matemáticas** • **Grupo**

(Parcial 2 : 27-4-2018) **Curso 2017-2018**

APELLIDOS: ______________________ NOMBRE: ______________

Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4	TOTAL
20 puntos	30 puntos	30 puntos	20 puntos	100

⋄⋄⋄⋄⋄⋄ Razonar debidamente las respuestas ⋄⋄⋄⋄⋄⋄

1. Estudia si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifica tu repuesta.

a) Los puntos $A = (1,1,1,1), B = (1,1,1,2), C = (2,1,1,1)$ y $D = (1,2,1,1)$ son afinmente independientes en el espacio afín $\mathbb{A}^4(\mathbb{R})$.

b) Sean $L_1 = \{x_1 + x_3 = 2, x_2 = 0\}$ y $L_2 = \{x_2 + x_4 = 1, x_3 + x_4 = 1\}$ dos planos en el espacio afín $\mathbb{A}^4(\mathbb{R})$. Se tiene $d(L_1, L_2) = 0$.

c) Dados los planos $L_1 = \{x_1 = 0, x_2 = 0\}$ y $L_2 = \{x_2 = 1, x_3 = 1\}$ en el espacio afín $\mathbb{A}^4(\mathbb{R})$, existe un **único** punto $p \in L_1$ tal que $d(L_1, L_2) = d(p, L_2)$.

d) Una forma normal de la forma cuadrática $4xy - 2xz + 2yz + 4z^2$ es $-X^2 + Y^2 + Z^2$.

---

2. Dados los planos π_1 y π_2 de ecuaciones $\pi_1 : x + y = 1$ y $\pi_2 : x + y = 4$ en $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$, sea $f = s_1 \circ s_2$, donde s_i denota simetría con respecto al plano π_i, $i = 1, 2$.

a) Calcula las expresiones analíticas de s_1 y s_2 con respecto al sistema de referencia canónico de $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$.

b) Calcula la expresión analítica de f con respecto al sistema de referencia canónico de $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$.

c) Clasificar f junto con los elementos geométricos que lo caracterizan.

---

3. Considera las variedades lineales del espacio afín $\mathbb{A}^4(\mathbb{R})$ dadas por

$$L_1 = (-1,0,1,0) + \mathcal{L}((0,2,1,0)) \qquad , \qquad L_2 = (4,1,0,0) + \mathcal{L}(\{(-1,1,1,1),(1,1,0,-1)\}).$$

a) Halla unas ecuaciones implícitas de L_1.

b) Estudia la posición relativa de estas dos variedades lineales.

c) Determina la variedad lineal suma (afín) de L_1 y L_2 indicando sus vectores directores.

---

4. En $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$ con la estructura afin euclídea y con un sistema de referencia $\mathcal{R} = \{O; \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}, \overrightarrow{e_3}\}$ considera el sistema de referencia $\mathcal{R}' = \{P; \overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}, \overrightarrow{u_3}\}$, donde $P = (1,-1,1)_{\mathcal{R}}$, $\overrightarrow{u_1} = \overrightarrow{e_3}$, $\overrightarrow{u_2} = \overrightarrow{e_1} - \overrightarrow{e_2}$, $\overrightarrow{u_3} = \overrightarrow{e_1} + \overrightarrow{e_2}$.

a) Halla las coordenadas de $Q = (1,0,2)_{\mathcal{R}}$ con respecto a $\mathcal{R}'$.

b) La ecuación implícita de una variedad L con respecto al sistema de referencia $\mathcal{R}$ es $x + 2y - z = 3$. Halla una ecuación implícita de L con respecto al sistema de referencia $\mathcal{R}'$.