ÁLGEBRA LINEAL Y GEOMETRÍA • **Grado en Matemáticas** • **Grupo 711**

(Examen Extraordinario: 21-06-2018) — **Curso 2017-2018**

Apellidos: ____________________ Nombre: ____________________

Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4	Ejercicio 5	Ejercicio 6	TOTAL
15 puntos	20 puntos	15 puntos	25 puntos	15 puntos	10 puntos	100

Los apartados de cada ejercicio no necesariamente tienen la misma puntuación.

⋄⋄⋄⋄⋄⋄ Razonar debidamente las respuestas ⋄⋄⋄⋄⋄⋄

Dispones de 3 horas para hacer el examen.

---

1. Sea $\mathbb{R}^4$ con el producto escalar habitual. Consideremos el subespacio vectorial

$$V = \big\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : x - 2t = 0,\ y = 0\big\}.$$

a) Halla ecuaciones implícitas del complemento ortogonal de V.

b) Calcula la matriz con respecto a la base canónica de $P_V^\perp$ y de $P_{V^\perp}^\perp$. (Si W es un subespacion vectorial, $P_W^\perp$ denota la proyección ortogonal sobre W.)

---

2. Consideremos en el espacio $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$ las variedades lineales

$$L_1 = \{x - 2z = 1, y + z = 1\} \qquad \text{y} \qquad L_2 = \{x + 2y = 2, y - z = 0\}.$$

a) Estudia la posición relativa entre L_1 y L_2 y calcula la distancia entre ellas.

b) Halla unas ecuaciones de una recta, si existe, que contenga al punto $P = (3, -1, 0)$ y corte a ambas variedades.

---

3. Una aplicación afín $f : \mathbb{A}^2(\mathbb{R}) \longrightarrow \mathbb{A}^2(\mathbb{R})$ produce el siguiente efecto:

$$f(1, 1) = (4, 2)\,, \qquad f(1, 2) = (6, 5)\,, \qquad f(2, 1) = (5, 2).$$

a) Calcula $f(4, -1)$.

b) Halla las ecuaciones de la aplicación afín f indicando la matriz de su parte lineal.

Continúa en la cara posterior

4. **a)** Halla las ecuaciones de la rotación R en $\mathbb{R}^3$ con eje $L = (2,0,0) + \mathcal{L}\{(0,0,1)\}$, orientado según el vector $\vec{u} = (0,0,1)$ y ángulo de giro $\dfrac{\pi}{3}$.

b) Sea $T_{\vec{v}}$ la traslación de vector $\vec{v} = (0,-2,0)$ en $\mathbb{R}^3$. Halla las ecuaciones de $R \circ T_{\vec{v}}$ en $\mathbb{R}^3$.

c) Identifica el movimiento $R \circ T_{\vec{v}}$ indicando sus elementos geométricos principales.

---

5. Determina, de manera razonada, qué tipo de objeto (elipse, hipérbola, parábola u otro) representa cada una de las siguientes ecuaciones:

a) $x^2 - xy + y^2 - x + y = 0$

b) $xy + y^2 - x + y = 0$

c) $x^2 - 4xy + 4y^2 + x = 0$

d) $x^2 - y^2 + x + y = 0$

e) $x^2 + 2xy + y^2 - 1 = 0$

---

6. Decide si existe un movimiento que transforme la cuádrica

$$\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}y^2 - z^2 + 2x - 2y + 2z + 3 = 0,$$

en

$$\frac{1}{2}x^2 - y^2 + \frac{1}{2}z^2 + 2xy - xz + 2yz = 0.$$
