

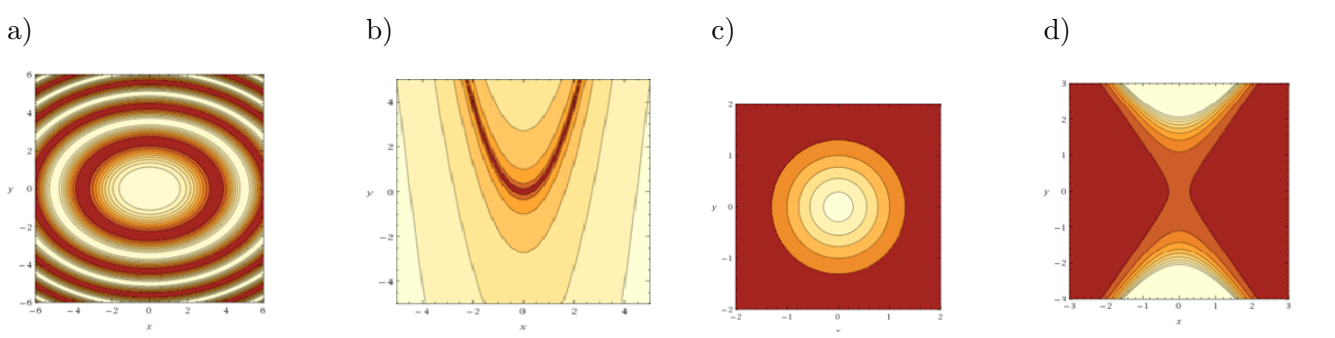
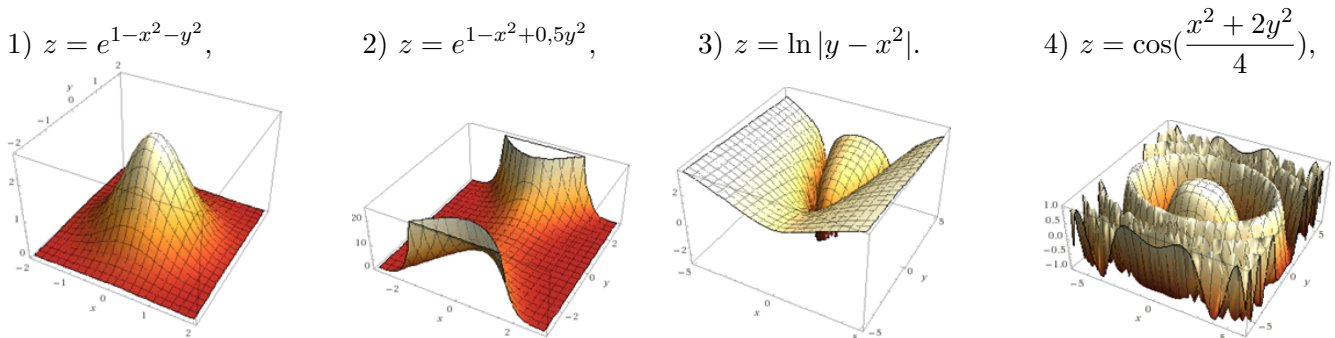
1.- Dibujar la gráfica de las siguientes funciones:

- a)  $f(x, y) = x^2 + 2y^2$ .
- b)  $f(x, y) = -4x^2 - y^2 + 4$ .
- c)  $f(x, y) = x^2 - 2x + 4y^2 - 1$ .
- d)  $f(x, y) = x^2 - 2y^2$ .
- e)  $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ .
- f)  $f(x, y) = \sqrt{16 - 4x^2 - y^2}$ .

2.- Dibujar las curvas de nivel de las funciones dadas para los valores de  $c$  indicados:

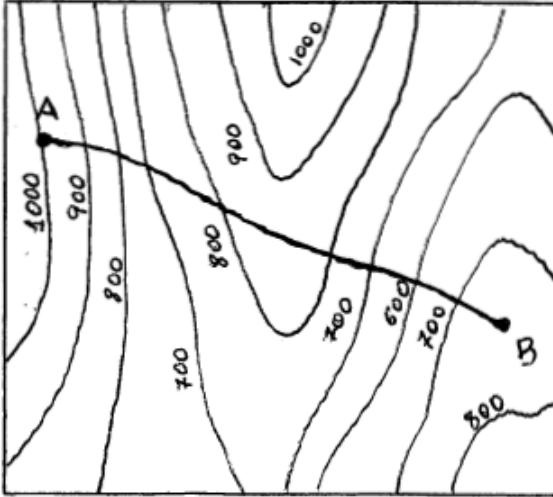
- a)  $f(x, y) = x^2 + 3(y + 2)^2$ ,  $c = 1, 3, 5$ .
- b)  $f(x, y) = -x^2 + 2x - y^2 + 2y + 2$ ,  $c = -2, -1, 0, 1, 2$ .
- c)  $f(x, y) = -x^2 + y^2 - 4y + 4$ ,  $c = -4, -2, 0, 2, 4$ .
- d)  $f(x, y) = x + y - 1$ ,  $c = -2, -1, 0, 1, 2$ .

3.- (Larson-Hostetler-Edwards, Cálculo, Vol. 2, Sexta Edición, McGrawHill, 1998; Ejercicios 45-48, Sección 12.1) Asociar cada una de las superficies dadas a una de las curvas de nivel indicadas:



4.- (Larson-Hostetler-Edwards, Cálculo, Vol. 2, Sexta Edición, McGrawHill, 1998; Ejercicio 71, Sección 12.1) **Distribución de temperaturas.** La temperatura en grados Celsius en cualquier punto  $(x, y)$  de una placa circular de 30 m de radio es  $T = 600 - 0,75x^2 - 0,75y^2$ , donde  $x$  e  $y$  se miden en metros. Dibujar las curvas isotermas para temperaturas de 100, 200 y 300 grados centígrados.

5.- A partir del siguiente mapa topográfico dibujar el perfil aproximado de la carretera que va desde A hasta B:

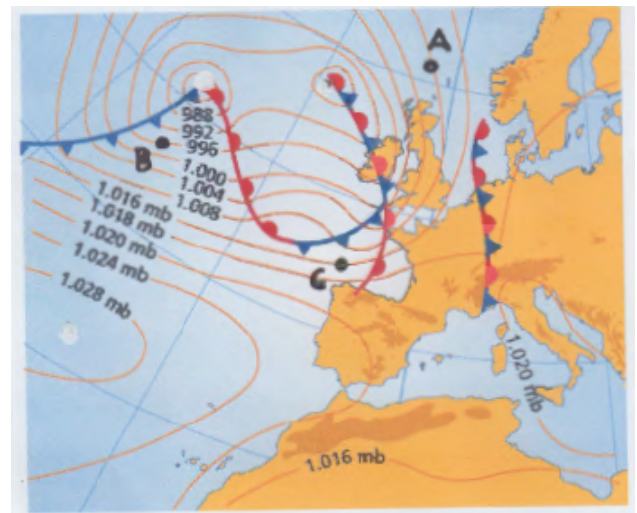


6.- (Larson-Hostetler-Edwards, Cálculo, Vol. 2, Sexta Edición, McGrawHill, 1998; Ejercicio 75, página 1115) **Ley de los gases ideales.** La ley de los gases ideales establece que  $PV = kT$ , siendo  $P$  la presión,  $V$  el volumen,  $T$  la temperatura y  $k$  una constante de proporcionalidad. Un depósito contiene  $2400 \text{ cm}^3$  de nitrógeno a una presión de  $10 \text{ Kg/cm}^2$  y a una temperatura de 300 grados Kelvin.

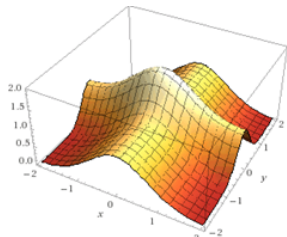
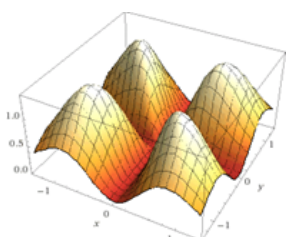
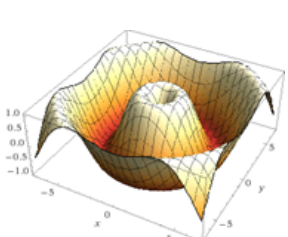
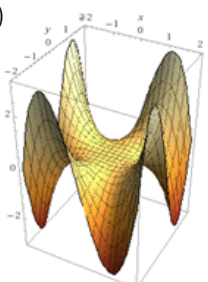
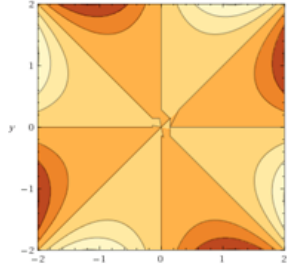
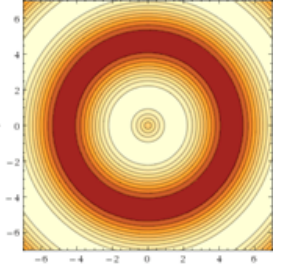
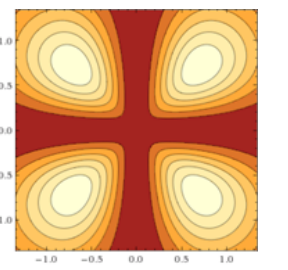
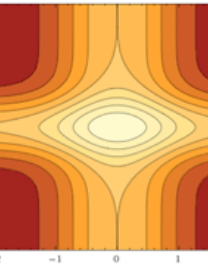
- Determinar  $k$ .
- Describir las curvas de nivel de  $T$  para temperaturas de 240, 270 y 300 grados Kelvin.

7.- (Tomado de J. Rogawski, Cálculo, Varias variables, Segunda Edición, Reverté, 2012; Ejercicio 39, página 791) Con referencia a la figura de la derecha:

- ¿ En cuál de los puntos A, B o C aumenta la presión en la dirección sur ?
- ¿ En cuál de los puntos A, B o C disminuye la presión en la dirección oeste ?
- ¿ En qué dirección en C aumenta la presión más rápidamente ?



8.- (Tomado de E. Swokowski, Calculus, 5 Edition, PWS-KENT Publishing Company, 1991; Ejercicios 29 – 34, páginas 802 – 803) Asociar cada una de las siguientes superficies con una de las curvas de nivel indicadas:

a)	b)	c)	d)
			
1) $z = \frac{xy^3 - x^3y}{2}$ , $-2 \leq x \leq 2$ , $-2 \leq y \leq 2$ .	2) $z = \text{sen} \sqrt{x^2 + y^2}$ , $-7 \leq x \leq 7$ , $7 \leq y \leq 7$ .	3) $z = \frac{15x^2y^2e^{-x^2-y^2}}{x^2 + y^2}$ .	4) $z = e^{-x^2} + e^{-4y^2}$ , $-2 \leq x \leq 2$ , $-2 \leq y \leq 2$ .
			

9.- Calcula las derivadas parciales:

- a)  $f(x, y) = x^2 - y$ .
- b)  $f(x, y) = 3x^2 - xy + y$ .
- c)  $f(x, y) = x^2e^{-y}$ .

10.- En los siguientes ejercicios escribe la ecuación del plano tangente a la gráfica de la función dada en el punto  $(a, b, c)$  indicado:

- a)  $f(x, y) = 2x^3 + y^2$  en el punto  $(1, 2, 6)$ .
- b)  $f(x, y) = e^{x^2+y^2}$  en el punto  $(1, 0, e)$ .
- c)  $f(x, y) = \cos(xy)$  en el punto  $(1, 0, 1)$ .

11.- Dada la función  $f(x, y) = x^3 + x^2y^3 - y$ , se pide:

- a) Calcular  $\frac{\partial f}{\partial y}(2, 3)$ .
- b) Si estamos situados en el punto  $(x, y) = (2, 3)$ , determinar en qué dirección debemos movernos para que la función  $f$  **disminuya** lo más rápidamente posible.
- c) Si partimos del punto  $(2, 3)$  y nos movemos en dirección Norte, nos encontramos una pendiente hacia arriba o hacia abajo?

**12.-** Si nos encontramos en el punto  $(-1, -1)$  de un lugar cuyo perfil viene dado por  $f(x, y) = x^2e^y + xy$  y miramos en la dirección del eje  $x$  positivo: ¿vemos una cuesta hacia arriba o hacia abajo? Y si miramos en la dirección del eje  $y$  negativo? De todas las direcciones (360 grados) en las que podemos mirar a nuestro alrededor, en cuál de ellas se divisa una cuesta abajo más pronunciada cerca de nosotros?

**13.-** Supongamos que el rendimiento de un depósito bancario viene dado por  $x^2y + y^3$  donde  $x$  es la inversión realizada en deuda pública griega e  $y$  la inversión realizada en deuda pública portuguesa. Si la inversión realizada es  $x = 1, y = 1$  (miles de millones de euros), y se tienen 3 (miles de millones de euros) más para invertir, cómo debe hacerse para mejorar la rentabilidad lo más posible?

**14.-** Halla y clasifica los puntos críticos de las siguientes funciones.

a)  $f(x, y) = x^2 + y^2 - 4x + 2y + 5.$

b)  $f(x, y) = xy^2 + 2x^2y - 6xy.$

c)  $f(x, y) = 3y^2 + 4x^2 - 4xy + 2y + 4x.$

d)  $f(x, y) = \frac{3}{5}x^5 - 3xy^2 + 3y.$

e)  $f(x, y) = \frac{x^2 - 1}{y^2 + 1}$

**15.-** Se desea construir una balsa para lodos con forma de paralelepípedo rectángulo y con un volumen de  $1 \text{ Hm}^3$ . ¿Qué dimensiones debe tener para que la suma de la superficie lateral más la superficie del fondo (que son las que van recubiertas) sea mínima?