Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4	Ejercicio 5	Ejercicio 6	TOTAL
10 puntos	10 puntos	10 puntos	10 puntos	10 puntos	10 puntos	**60**

Universidad Autónoma de Madrid
Facultad de Ciencias.
Departamento de Matemáticas.
Matemáticas. Primer curso de Biología.
19 de Enero de 2017.

Grupo

Apellidos:.................................... Nombre: .... D.N.I.:..................

1) La evolución de una población con dos clases de edad viene descrita por la matriz de Leslie:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1,7 \\ 0,4 & 0,2 \end{pmatrix}$$

a) (**3 puntos**) Explicar el significado biológico de cada uno de los números que aparecen en la matriz.
b) (**3 puntos**) Una hoja de cálculo devuelve la salida siguiente:

N	X_N	Y_N		X_N/X_{N-1}	$X_N/(X_N+Y_N)$	$Y_N/(X_N+Y_N)$
0	4	15				
1	25,5	4,6		6,375	0,84717608	0,15282392
2	7,82	11,12		0,30666667	0,41288279	0,58711721
3	18,904	5,352		2,4173913	0,77935356	0,22064644
4	???	???		???	???	???

Completar el contenido de la última fila de la tabla.
c) (**4 puntos**) Iterando los cálculos para tiempos más grandes, observamos lo siguiente:

N	X_N	Y_N		X_N/X_{N-1}	$X_N/(X_N+Y_N)$	$Y_N/(X_N+Y_N)$
97				0,93066239	??	??
98				0,93066239	??	??
99				0,93066239	??	??
100				0,93066239	??	??

Explicar qué significa el número que se repite en la quinta columna y su relación con la matriz de Leslie dada. Completar la parte marcada con interrogaciones de la tabla, sabiendo que los números correspondientes a esas columnas marcadas con interrogaciones también se repiten (un valor se repite en las cuatro casillas de la columna 6, y otro valor se repite en las cuatro casillas de la columna 7) .

2) En el zoológico de Madrid han determinado que el número de monos en una determinada jaula viene dado por la función:

$$M(t) = 10 + t^5 e^{-t},$$

donde t viene dado en meses. Se pide:

a) (**6 puntos**) Determinar los periodos en los que la población crece.

b) (**4 puntos**) El número máximo y mínimo de monos que ha habido o habrá en dicha jaula.

3) En un depósito está entrando agua a un ritmo constante de 100 litros por minuto.
Por una grieta, hay una fuga que hace que el depósito vaya perdiendo de manera constante un 2 % de su contenido cada minuto.
a) (**5 puntos**) Plantear un **modelo discreto** en el que la cantidad de agua en el depósito en el minuto N se denote por C_N (Suponer que $C_0 = 0$). Hallar C_{10}.
b) (**5 puntos**) Plantear un **modelo continuo** en el que la cantidad de agua en el instante t venga dada por una función $C(t)$ definida para todo $t > 0$. Asumiendo que en el instante $t = 0$ el depósito estaba vacío, resolver la ecuación diferencial resultante.

4) Sea $L(t)$ la longitud de un pez en la edad t y sea A la talla máxima de la especie. El modelo de Bertalanffy dice que la velocidad de crecimiento del pez es proporcional a la diferencia entre A y la longitud actual (la constante de proporcionalidad, que es positiva y llamaremos k, es propia de cada especie). Si en el instante inicial un pez mide $5cm$, se pide:

a) (**6 puntos**) Encontrar la función $L(t)$ sabiendo que $k = 2$ y $A = 12cm$.

b) (**4 puntos**) ¿Cuándo es mayor la velocidad de crecimiento del pez?

5) Considera las siguientes funciones:

$$f(x) = 8 - x^2\,, \qquad g(x) = x^2\,, \qquad h(x) = x + 2\,.$$

a) (**5 puntos**) Dibuja, en graficos distintos, las siguientes regiones:
$D_1 =$ región acotada por las gráficas de la funciones f y g.
$D_2 =$ región acotada por las gráficas de la funciones f y h.
$D_3 =$ región acotada por las gráficas de la funciones g y h.
b) (**5 puntos**) Escribe las integrales definidas que permiten calcular el área de cada una de las regiones anteriores (Nota: no se pide calcular el área de cada una de ellas).

6) Considera la función de dos variables dada por:

$$f(x,y) = y - x^2y^2 + x^2\,.$$

a) (**3 puntos**) Halla la dirección de máximo crecimiento de la función dada a partir del punto $P = (1,1)$.
b) (**3 puntos**) Halla todos los puntos críticos de la función dada.
c) (**4 puntos**) Clasifica los puntos críticos de esta función.