

Cuádricas

1. Dadas las siguiente superficies de segundo grado determina sus tipos, así como sus formas canónicas:

a)  $6x^2 + 5y^2 + 7z^2 - 4xy + 4xz = 0.$

b)  $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy + 2xz - 2yz = 1.$

c)  $2x^2 - 6y^2 - 2z^2 - 2xz - 10x - 6y - 1 = 0.$

d)  $-2y^2 + xz - 4y + 6z + 5 = 0.$

e)  $2x^2 + 2y^2 - 4z^2 - 5xy - 2xz - 2yz - 2x - 2y + z = 0.$

f)  $3x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 2yz + 4x + 2y - 5z + 7 = 0.$

2. Considera las cuádricas de ecuaciones

$$x^2 - 2y^2 + \alpha z^2 - 2xz + 2yz + 2x + 1 = 0,$$

con  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Estudia para qué valores de  $\alpha$  es un paraboloides (elíptico o hiperbólico).

3. Considera la forma cuadrática  $Q : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  que se expresa, con respecto al sistema de referencia cartesiano  $\mathcal{R} = \{\mathcal{O}; e_1, e_2, e_3\}$ , como

$$Q(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 4x_1x_3 + x_2^2 + 2x_2x_3 + 6x_3^2.$$

a) Calcula el rango de  $Q$ .

b) Calcula los índices de inercia de  $Q$ .

c) Calcula una forma canónica de  $Q$  (i.e. sin términos cruzados) y describe la nueva base respecto a la que has expresado  $Q$  en forma canónica.

d) Determina el tipo de cuádrlica de  $x_1^2 + 4x_1x_3 + x_2^2 + 2x_2x_3 + 6x_3^2 = 1$ .