ÁLGEBRA LINEAL Y GEOMETRÍA • Grado en Matemáticas • Grupo

(Examen Ordinario : 26-5-2017)

Curso 2016-2017

Apellidos, Nombre: ____

Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4	Ejercicio 5	Ejercicio 6	TOTAL
10 puntos	20 puntos	20 puntos	20 puntos	20 puntos	10 puntos	100

◇◇◇◇◇◇ **Razonar debidamente las respuestas** ◇◇◇◇◇◇

1. Dados tres puntos distintos alineados $A_1, A_2, A_3 \in \mathbb{A}^2(\mathbb{R})$, al número real r tal que $\overrightarrow{A_1A_3} = r\overrightarrow{A_1A_2}$ lo llamaremos *razón simple de* A_1, A_2, A_3, y denotamos por $(A_1A_2A_3)$.

a) Demostrar que si $A_1 = (1-\alpha)A_2 + \alpha A_3$, entonces $(A_1A_2A_3) = \dfrac{\alpha - 1}{\alpha}$.

b) Demostrar que si tenemos una afinidad f, entonces $(f(A_1)f(A_2)f(A_3)) = (A_1A_2A_3)$.

2. Dado el espacio vectorial $\mathbb{R}^3$. Sea $\varphi : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \mapsto \mathbb{R}$ la aplicación:

$$\varphi((x_1, x_2, x_3), (y_1, y_2, y_3)) = x_1y_1 + x_1y_2 + x_1y_3 + x_2y_1 + 2x_2y_2 + x_2y_3 + x_3y_1 + x_3y_2 + 2x_3y_3.$$

a) Probar que φ es un producto escalar en $\mathbb{R}^3$ y dar su matriz en la base canónica de $\mathbb{R}^3$.

b) Dar una base ortonormal del espacio euclídeo $(\mathbb{R}^3, \varphi)$.

c) Sea L el plano $2x + 2y + 3z + 5 = 0$ y $\overrightarrow{L}$ el subespacio vectorial asociado a L. Determinar una base de $\overrightarrow{L}^{\perp_\varphi}$, el subespacio vectorial ortogonal respecto de φ de $\overrightarrow{L}$.

3. Hallar la distancia entre las variedades lineales de $\mathbb{R}^4$ dadas por

$$W_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \mathcal{L}\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right) \quad \text{y} \quad W_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \mathcal{L}\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right).$$

4. Sea $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ el movimiento que se obtiene como la composición de la simetría respecto del plano $2x + y - 2z = 1$ seguido de la traslación de vector $\vec{v} = (2, 2, 2)$. Determinar la expresión análitica de f con respecto al sistema de referencia canónico de $\mathbb{R}^3$.

5. En el sistema de referencia ortonormal usual de $\mathbb{R}^2$, considera la cónica de ecuación

$$36x^2 + 29y^2 - 24xy + 48x + 34y = 139.$$

a) Determina el tipo de cónica y decide si es degenerada o no.

b) Encuentra un sistema de referencia ortonormal respecto al que la ecuación de la cónica sea canónica.

c) Describe, en las coordenadas originales, los elementos geométricos de la cónica:

- Parábola: Foco, vértice, eje principal y directriz.
- Elipse: Focos, centro y ejes principales.
- Hipérbola: Focos, centro, ejes principales y asíntotas.

6. Determina el tipo de las cuádricas que aparecen en la familia uniparamétrica

$$x^2 + 3y^2 + z^2 + 3xy + xz + 2\alpha x - 2y - 2z + 1 = 0$$

explicando lo que ocurre para todos los valores reales del parámetro α.