

1. Sea G un grupo y $N \leq G$. Demuestra que las siguientes propiedades son equivalentes:

- a) $N \triangleleft G$.
 - b) $gN = Ng$, para todo $g \in G$.
 - c) $gNg^{-1} \subseteq N$, para todo $g \in G$.
 - d) $N = \bigcup_{g \in N} \text{cl}(g)$, donde $\text{cl}(g)$ denota la clase de conjugación de g en G .
-

2. Sea Q el grupo generado por las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{-1} \\ \sqrt{-1} & 0 \end{pmatrix},$$

Se pide:

- a) Calcular las clases de conjugación de los elementos de Q .
- b) Calcular los subgrupos normales de Q como unión de clases de conjugación.
- c) Calcular el número de clases de isomorfía de grupos cocientes, i.e.

$$\#\{Q/N : N \triangleleft Q\}.$$
