

1. Determinar si los siguientes conjuntos con las correspondientes operaciones son

anillo	anillo conmutativo	anillo con unidad	dominio de integridad	anillo de división
--------	--------------------	-------------------	-----------------------	--------------------

a) $(\mathcal{C}([0, 1]), +, \cdot)$, donde $\mathcal{C}([0, 1]) := \{f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R} \text{ continua}\}$ y para $x \in [0, 1]$ definimos las operaciones

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x), \quad (f \cdot g)(x) = f(x)g(x).$$

b) $(M_n(A), +, \cdot)$ donde $(A, +, \cdot)$ es un anillo con unidad y las operaciones en $M_n(A)$ son las inducidas por las de A .

c) $(\mathbb{Z}[\sqrt{d}], +, \cdot)$, donde d es un entero libre de cuadrados, $\mathbb{Z}[\sqrt{d}] = \{a + b\sqrt{d} \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$ y las operaciones se definen como:

$$\begin{aligned}(a + b\sqrt{d}) + (a' + b'\sqrt{d}) &= (a + a') + (b + b')\sqrt{d}, \\ (a + b\sqrt{d}) \cdot (a' + b'\sqrt{d}) &= (aa' + bb'd) + (ab' + ba')\sqrt{d}.\end{aligned}$$

d) $(\mathbb{Q}[i], +, \cdot)$ donde $\mathbb{Q}[i] = \{a + bi \mid a, b \in \mathbb{Q}\}$ y las operaciones son las inducidas de \mathbb{C} .

2. Sean $a, b \in \mathbb{Z}$, entonces

$$\langle \{a, b\} \rangle = a\mathbb{Z} + b\mathbb{Z} = \text{mcd}(a, b)\mathbb{Z}, \quad a\mathbb{Z} \cap b\mathbb{Z} = \text{mcm}(a, b)\mathbb{Z}.$$
