ESTRUCTURAS ALGEBRAICAS (**Taller 11: 4-12-2015**) • **Grado en Matemáticas** (**Grupo 7211**) • **Curso 2015–16**

---

1. Ideales en $\mathbb{Z}$.

a) Demuestra que todo ideal en $\mathbb{Z}$ es principal. Es decir, todo ideal I de $\mathbb{Z}$ es de la forma $I = n\mathbb{Z}$ para algún $n \in \mathbb{Z}$.

b) Halla todos los ideales primos de $\mathbb{Z}$, e indica cuáles son maximales.

c) Demuestra que $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ es un cuerpo si y sólo si n es primo.

2. Encuentra todos los ideales maximales en $\mathbb{Z}_8$, $\mathbb{Z}_{10}$, $\mathbb{Z}_n$.

---

3. Calcular los ideales de un anillo de división A.

---

4. Sea A un anillo conmutativo con unidad. Supongamos que A es finito (i.e. $|A| < \infty$).

a) Demuestra que todo elemento no nulo de A es o bien un elemento invertible, o bien un divisor de cero.

b) Demuestra que si A es un dominio de integridad entonces es un cuerpo.

c) Decide de manera razonada si las afirmaciones anteriores son ciertas si no suponemos que A es finito.
