ESTRUCTURAS ALGEBRAICAS (14-6-2016) • **Grado en Matemáticas** **Curso 2015-2016** • **Examen Extra**

APELLIDOS, NOMBRE: ______________________________________ **Grupo 7__**

Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4	Ejercicio 5	TOTAL
20	20	10	20	30	100

◇◇◇◇◇◇ **Razonar debidamente las respuestas** ◇◇◇◇◇◇

---

1. Estudia si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifica tu repuesta. (Recuerda que si la afirmación es verdadera hay que dar una demostración mientras que si la afirmación es falsa es suficiente con dar un contraejemplo):

a) (10 puntos) Un grupo G es abeliano si y sólo si $(xy)^2 = x^2y^2$ para cualesquiera $x, y \in G$.

b) (10 puntos) La ecuación $3x + 7 = 0$ tiene solución única en $\mathbb{Z}_n$ si y sólo si n es primo.

---

2. (20 puntos) Para cada grupo G de la siguiente lista, encuentra un subgrupo de S_6 isomorfo a G o demuestra que tal subgrupo no existe: C_5, D_3, C_{20}, $C_3 \times C_3$, $C_2 \times C_4$.

---

3. (10 puntos) Demuestra que el conjunto $A = \left\{ a + b\left(\frac{1+\sqrt{13}}{2}\right) \mid a, b \in \mathbb{Z} \right\}$ es un subanillo de $\mathbb{R}$.

---

4. **a)** (10 puntos) Sea $A = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z} \text{ impares} \right\} \subset \mathbb{Q}$. ¿Es A un ideal de $\mathbb{Q}$?

b) (10 puntos) Sea B el conjunto de polinomios $p(x) \in \mathbb{C}[x]$ tal que $p(0) = p(2)$. ¿B es un ideal de $\mathbb{C}[x]$?

---

5. Considera el grupo de permutaciones A_5. *Recuerda que es un grupo simple.*

a) (10 puntos) Encuentra cinco subgrupos (distintos de A_5 y de Id) de A_5 de órdenes diferentes.

b) (10 puntos) ¿Alguno de ellos es isomorfo a un grupo diédrico de orden > 2?

c) (10 puntos) Demuestra que en A_5 no existen subgrupos de órden 15 ni de órden 30.
