

Ej. 1	Ej.2	Ej. 3	Ej. 4
-------	------	-------	-------

NOTA
------

**Universidad Autónoma de Madrid**

**Facultad de Ciencias.** DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS.

Matemáticas. Primero de Biología. Primer Parcial.

6 de Noviembre de 2015.

Apellidos ..... Nombre ..... D.N.I. ....

1) (2,5 puntos) La evolución de una población viene descrita por la matriz de transición:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1,4 & 0,5 \\ 0,6 & 0 & 0 \\ 0 & 0,75 & 0,2 \end{pmatrix}$$

- (a) (0,6 puntos) Explicar el significado biológico de las 9 componentes de la matriz.
- (b) (0,6 puntos) Conocido el dato inicial  $(X_0, Y_0, Z_0) = (12, 10, 5)$ , hallar la población en los instantes 1 y 2.
- (c) (0,6 puntos) Usando un programa de cálculo, obtenemos que  $\lim_{N \rightarrow \infty} X_N/X_{N-1} = 1,051$ . Explicar el significado biológico de este límite, y su relación con la matriz de transición del sistema.
- (d) (0,7 puntos) Si el mismo programa de cálculo nos dice que para N muy grande la población consta de un 48,2% en la primera clase de edad, un 27,5% en la segunda y un 24,3% en la tercera, ¿qué relación tiene el vector  $(0,482; 0,275; 0,243)$  con la matriz de transición?

---

**2) (2,5 puntos)** Un país está dividido en dos zonas geográficas: Norte y Sur. Se observa que cada año un 20 % de la población del Norte emigra al Sur, mientras que un 40 % de la población del Sur emigra al Norte.

(a) (0,5 puntos) Formular un sistema para describir la evolución de esta población.

(b) (1 punto) Determinar el porcentaje de cada población que residiría en cada región a largo plazo.

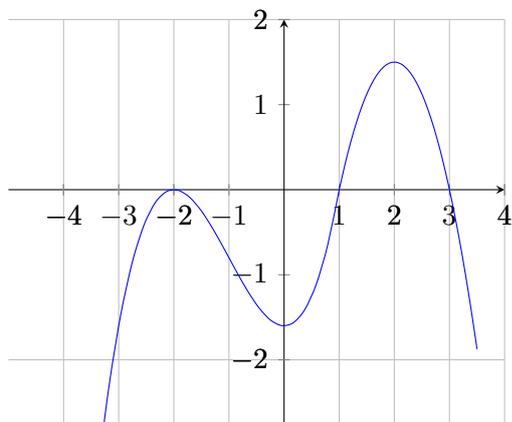
(c) (1 punto) El gobierno del país decide que, a largo plazo, un 50 % de la población debe vivir en el Sur. Para ello debe limitar la emigración de sureños a un porcentaje  $\alpha$  % cada año. ¿Cuál debe ser el valor de  $\alpha$  ?

---

---

**3) (2,5 puntos)**

La gráfica de cierta función  $f$  viene dada por la siguiente figura:



Basándote en la gráfica de  $f$ , responde a las siguientes cuestiones.

a) (1,25 puntos) Dibujar la gráficas de las funciones :

$g(x) = |f(x)|$ ,  $h(x) = f(|x|)$ , y  $j(x) = f(x - 2)$ .

b) (1,25 puntos) Dibujar razonadamente la gráfica aproximada de la función derivada  $f'(x)$ .

---

4) (2,5 puntos) Se comienza a medir la concentración de contaminante de un lago el 1 de enero de 2015, y después de varias mediciones se comprueba que sigue aproximadamente la fórmula

$$c(t) = (t + 1)e^{-0,02(t+1)}, \quad t > 0,$$

donde  $t$  es el tiempo **en meses** y  $c(t)$  se mide en  $mgr/m^3$ .

- (a) (0,5 puntos) ¿Cuál será la concentración a largo plazo?
  - (b) (1 punto) ¿Cuándo se alcanza la máxima concentración de contaminante y cuánto es esta cantidad?
  - (c) (1 punto) Dibuja la gráfica de  $c(t)$  para  $t > 0$  indicando su concavidad y los puntos de inflexión.
-

