

1.- Calcular las siguientes integrales mediante el cambio de variable adecuado:

$$a) \int \frac{1}{x} e^{1+\ln x} dx \quad b) \int x e^{x^2} dx \quad c) \int \frac{e^x}{2e^x - 1} dx \quad d) \int \frac{2}{5-3x} dx$$

$$e) \int x^2 \sqrt{1+x} dx \quad f) \int \frac{x}{1+x^4} dx \quad g) \int \frac{5}{(4x+3)^3} dx$$

2.- a) Con el cambio de variable $x = \sin t$ comprobar que $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsen x + C$.

b) Con el cambio de variable $x = \tan t$ comprobar que $\int \frac{1}{1+x^2} dx = \arctan x + C$.

c) Usar el apartado b) y un cambio de variable para hallar $\int \frac{dx}{2x^2+8}$.

3.- Calcular las siguientes integrales con la técnica de integración por partes:

$$a) \int x \cos x dx \quad b) \int x e^{-x} dx \quad c) \int \ln x dx \quad d) \int x^2 \sin x dx \quad e) \int x \ln x dx$$

4.- Utilizar el método de la descomposición en fracciones simples (factores lineales) para calcular:

$$a) \int \frac{1}{x^2 - 5x + 6} dx \quad b) \int \frac{x^4 + 3}{x^2 - 4x + 3} dx \quad c) \int \frac{3x + 1}{x^3 - x} dx$$

5.- Utilizar el método de la descomposición en fracciones simples (factores lineales y cuadráticos) para evaluar

$$a) \int \frac{2x}{x^3 - 3x - 2} dx \quad b) \int \frac{x^3}{x^3 - 3x + 2} dx$$

6.- El teorema fundamental del cálculo integral establece que, si f es una función continua en $[a, b]$, la función $F(x) = \int_a^x f(t) dt$ es derivable en $[a, b]$ y su derivada es $F'(x) = f(x)$. Usando dicho teorema y la regla de la cadena, calcular la derivada de la siguiente función: $F(x) = \int_0^{x^2} (\sin t^2) \log(1+t^2) dt$.

7.- Encontrar una función f definida y continua en $[0, \infty)$ tal que $\int_0^{x^2} (1+t) f(t) dt = 6x^4$.

8.- Existen funciones (algunas de apariencia sencilla) que no tienen primitiva elemental: el resultado de integrarlas no puede expresarse como combinación (sumas, productos, composiciones) de funciones racionales, exponenciales, logaritmos, funciones trigonométricas y sus inversas y funciones hiperbólicas y sus inversas. Utilizar la regla del trapecio (con cuatro subintervalos) para calcular:

$$a) \int_0^2 e^{-x^2} dx \quad b) \int_1^5 \sqrt{x^3 - 1} dx$$

9.- Aproximar el valor de $\int_0^2 \frac{1}{\sqrt{1+x^3}} dx$::

a) Usando la regla del trapecio con 4 subintervalos.

b) Usando la regla de Simpson con 4 subintervalos.

10.- Sabemos que $\int_0^1 \frac{4}{1+x^2} dx = \pi$. Usar la regla de Simpson con cuatro subintervalos para aproximar el valor de π .

11.- Calcular el área delimitada por las curvas siguientes:

(i) $y = \sin x$, $x = \frac{\pi}{3}$, $x = \frac{\pi}{2}$ y el eje x .

(ii) $y = 5 - x^2$ e $y = 3 - x$

(iii) $y = x^2$, $y = (x - 2)^2$, $y = (2 - x)/6$.

(iv) $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 = 2x$

12.- Calcular el área entre la gráfica de la función $f(x) = \frac{x^2-4}{x^2+4}$ y su asíntota.

13.- Calcular el área comprendida entre las curvas $y = x e^{-x}$, $y = x^2 e^{-x}$ para valores de $x \geq 1$.