ESTRUCTURAS ALGEBRAICAS • **Grado en Matemáticas** • **C3**

(13-10-2014) **Curso 2014-2015**

APELLIDOS, NOMBRE: ______________________________

Razonar debidamente las respuestas ◇◇◇◇◇◇

Ejercicio 1	**Ejercicio 2**	**TOTAL**
3 puntos	7 puntos	10

1.
Sea G un grupo finito, un elemto $g \in G$ se dice p-*elemento* si su orden, $o(g)$, es una potencia de p.
Demuestra que: Si G es un grupo finito y p un número primo, entonces el conjunto de los p-elementos de G es

$$\bigcup_{P \in Syl_p(G)} P \quad ,$$

donde $Syl_p(G)$ es el conjunto de los p-subgrupos de Sylow de G.

2.

1. Sea A un anillo conmutativo y con 1. Un elemento $a \in A$ se dice *nilpotente* si existe un natural $n \neq 0$ tal que $a^n = 0$. **Demuestra que** si a es nilpotente, entonces $1 - a$ es un elemento invertible en A.
2. Sea $R = \mathbb{Z}[X]$. Sea I el ideal de R engendrado por 2 y por $1 + X^2$, es decir $I = (2, 1 + X^2)$ ¿Es R/I isomorfo al anillo $\mathbb{Z}_2[X]$? Justifica tu respuesta.