

APELLIDOS, NOMBRE: \_\_\_\_\_

<b>Razonar debidamente las respuestas</b>	◇◇◇◇◇◇◇◇	<b>Ejercicio 1</b>	<b>Ejercicio 2</b>	<b>TOTAL</b>
		<div style="border: 1px solid black; width: 60px; height: 60px; margin: 0 auto;"></div> 3 puntos	<div style="border: 1px solid black; width: 60px; height: 60px; margin: 0 auto;"></div> 7 puntos	<div style="border: 2px solid black; width: 60px; height: 60px; margin: 0 auto;"></div> 10

1.

1. Prueba que en un grupo  $G$  el orden de  $xy$  coincide con el orden de  $yx$  para cualquier par de elementos  $x, y$  en  $G$ .
2. Calcula  $\alpha \in \mathbb{R}$  para que el conjunto

$$H_\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & x & \alpha x^2 \\ 0 & 1 & x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} : x \in \mathbb{R} \right\}$$

sea un grupo con operación multiplicación de matrices.

2. Considera las matrices reales:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

- a) Demuestra que  $A$  tiene orden 4, que  $B$  tiene orden 3, pero que  $AB$  tiene orden infinito.
- b) Sea  $G$  el grupo engendrado por  $A$  y  $B$  con la multiplicación de matrices habitual. Demuestra que existe un homomorfismo inyectivo de  $(\mathbb{Z}, +)$  en  $(G, \cdot)$ .