ESTRUCTURAS ALGEBRAICAS • **Grado en Matemáticas** • **C1**

(13-10-2014) - 10:30 — **Curso 2014-2015**

APELLIDOS, NOMBRE: ______________________________

Razonar debidamente las respuestas ◇◇◇◇◇◇

Ejercicio 1	**Ejercicio 2**	**TOTAL**
4 puntos (2+2)	6 puntos (2+2+2)	10

---

1. Estudia si la siguiente afirmación es verdadera o falsa. Justifica tu repuesta.
(Recuerda que si la afirmación es verdadera hay que dar una demostración mientras que si la afirmación es falsa es suficiente con dar un contraejemplo):

a) Sea G_1 un grupo de orden infinito y G_2 un grupo de orden finito.
Entonces no existe ningún homomorfismo no trivial de grupos $f : G_1 \longrightarrow G_2$.

b) Consideremos el grupo $\mathbb{R}$ con la suma. Para un entero positivo n sea $n\mathbb{R} = \{nr \,|\, r \in \mathbb{R}\}$.
Entonces $n\mathbb{R} \trianglelefteq \mathbb{R}$ y el grupo cociente $\mathbb{R}/n\mathbb{R}$ es cíclico de orden n.

---

2. **a)** Demuestra que el conjunto de matrices

$$G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a^{-1} \end{pmatrix} \; : \; \begin{matrix} a \in U_5 \\ b \in \mathbb{Z}_5 \end{matrix} \right\}$$

es un grupo con la operación multiplicación de matrices.

b) Demuestra que

$$H = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \; : \; b \in \mathbb{Z}_5 \right\}$$

es un subgrupo normal de G.

c) ¿Es G/H un grupo cíclico?
