

1. Determinar si las siguientes polinomios de $\mathbb{C}_6[z]$ son linealmente independientes:

$$x^6 + 2x^5 + 3x^4 + 4x^3 + 5x^2 + 6x + 7, x^5 + x^2 + x + 1, x^6 + 2x^5 + 3x^4 + x^2 + x, x^5 + 1, 4x^5 + x^4 + x^3.$$

2. Sean \mathcal{B}_1 y \mathcal{B}_2 las bases de $M_2(\mathbb{C})$ definidas por

$$\mathcal{B}_1 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \mathcal{B}_2 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

y $f : M_2(\mathbb{C}) \rightarrow M_2(\mathbb{C})$ el endomorfismo cuya matriz en las bases \mathcal{B}_1 y \mathcal{B}_2 es:

$$M_{\mathcal{B}_1\mathcal{B}_2}(f) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

Calcular $\det(f)$.
