

1. Sea  $V$  el  $\mathbb{R}$ -espacio vectorial de los polinomios de coeficientes reales de grado  $\leq 3$ . Consideremos en  $V$  la aplicación  $D$  que a cada polinomio le hace corresponder su derivada, es decir:

$$D(a_0 + a_1X + a_2X^2 + a_3X^3) = a_1 + 2a_2X + 3a_3X^2 .$$

1. Si en  $V$  se considera la base  $\mathcal{B} = \{1, X, X^2, X^3\}$ , calcula las ecuaciones matriciales de  $D$  en la base  $\mathcal{B}$ .
2. Calcula las ecuaciones implícitas del subespacio  $\text{Im}(D)$  en la base  $\mathcal{B}$ , y una base de  $V/\text{Im}(D)$ .
3. Sea  $a$  un número real cualquiera. Demuestra que  $\mathcal{C}_a = \{1, X - a, (X - a)^2, (X - a)^3\}$  es una base de  $V$ , y calcula las ecuaciones del cambio de la base  $\mathcal{B}$  a la base  $\mathcal{C}_a$ .
4. Calcula la matriz de  $D$  en la base  $\mathcal{C}_a$ .