

1. Sea V el \mathbb{R} -espacio vectorial de los polinomios de coeficientes reales de grado ≤ 3 . Consideremos en V la aplicación D que a cada polinomio le hace corresponder su derivada, es decir:

$$D(a_0 + a_1X + a_2X^2 + a_3X^3) = a_1 + 2a_2X + 3a_3X^2 .$$

1. Si en V se considera la base $\mathcal{B} = \{1, X, X^2, X^3\}$, calcula las ecuaciones matriciales de D en la base \mathcal{B} .
2. Calcula las ecuaciones implícitas del subespacio $\text{Im}(D)$ en la base \mathcal{B} , y una base de $V/\text{Im}(D)$.
3. Sea a un número real cualquiera. Demuestra que $\mathcal{C}_a = \{1, X - a, (X - a)^2, (X - a)^3\}$ es una base de V , y calcula las ecuaciones del cambio de la base \mathcal{B} a la base \mathcal{C}_a .
4. Calcula la matriz de D en la base \mathcal{C}_a .