

1. Sea $f : \mathbb{Q}^4 \rightarrow \mathbb{Q}^3$ la aplicación lineal definida por

$$f(x, y, z, t) = (x + y + z + t, x + 2y - t, x - y + 3z + 5t).$$

- (i) Encontrar la matriz de f con respecto a la bases canónica de \mathbb{Q}^4 y \mathbb{Q}^3 .
 - (ii) Calcular $f(1, 2, 2, -1)$, $f^{-1}(1, 3, -3)$ y $f^{-1}(0, 0, 0)$.
 - (iii) Calcular una base de $f(W)$ donde $W = \langle (1, 2, 2, -1), (1, 1, 0, 0) \rangle_{\mathbb{Q}}$.
-

2. Sea $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ la aplicación lineal que satisface

$$f(-1, 5) = (3, 0, 0) \quad \text{y} \quad f(-2, 7) = (0, 0, 6).$$

- (i) Demostrar que $\mathcal{B} = \{(-1, 5), (-2, 7)\} \subset \mathbb{R}^2$ es una base de \mathbb{R}^2 .
- (ii) Calcular la matriz de f con respecto a las bases canónicas de \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3 .
- (iii) Calcular formas lineales $g_1(x, y)$, $g_2(x, y)$, $g_3(x, y)$ tales que

$$f(x, y) = (g_1(x, y), g_2(x, y), g_3(x, y)), \quad \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2.$$
