**1.** Dada una matriz cuadrada $A = (a_{ij}) \in Mat_n(K)$, se llama *traza* de $A$ a la suma de los coeficientes de su diagonal: $traza(A) = \sum_i = 1^n a_{ij}$.
Considera los siguientes subespacios de $M_2(\mathbb{Q})$:

$$V_1 = \{A \in M_2(\mathbb{Q}) : A \text{ es triangular superior y } traza(A) = 0\},$$
$$V_2 = \left\langle \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \right\rangle_{\mathbb{Q}}.$$

a) Encuentra una base $\mathcal{B}$ del $\mathbb{Q}$-espacio vectorial $V_1 \cap V_2$. (No hace falta que demuestres que es subespacio, lo veremos en clase esta tarde).

b) Encuentra bases de $V_1$ y $V_2$ que contengan a $\mathcal{B}$.

c) Encuentra, si existe, un subespacio $W \subset M_2(\mathbb{Q})$ tal que $V_1 \subset W$, $V_2 \subset W$ y $W \neq M_2(\mathbb{Q})$. [Puedes definir $W$ dando una base.]

d) ¿Cuántas ecuaciones lineales son necesarias para definir $W$ dentro de $M_2(\mathbb{Q})$? Encuéntralas.

---

**2.** Sea $V$ un $K$-espacio vectorial de dimensión finita $n$. Para cada una de las siguientes afirmaciones, si es cierta, demuéstrala, si es falsa, encuentra un contraejemplo.

a) Si $e_1, \ldots, e_n \in V$ son linealmente independientes, entonces $\{e_1, \ldots, e_n\}$ es una base de $V$.

b) Si $\{e_1, \ldots, e_n\}$ genera $V$, entonces $\{e_1, \ldots, e_n\}$ es una base de $V$.