ÁLGEBRA LINEAL (Taller 12 : 16-12-2012)	•	Grado en Matemáticas (Grupo 7112)	•	Curso 2013–14

1. En $\mathbb{R}_2[x]$ consideramos las siguientes formas lineales:

$$\begin{aligned} D^0 &: \mathbb{R}_2[x] \longrightarrow \mathbb{R}\,, \quad D^0(p(x)) = p(0),\\ D^1 &: \mathbb{R}_2[x] \longrightarrow \mathbb{R}\,, \quad D^1(p(x)) = p'(0),\\ D^2 &: \mathbb{R}_2[x] \longrightarrow \mathbb{R}\,, \quad D^2(p(x)) = p''(0). \end{aligned}$$

(i) Comprobar que $\{D^0, D^1, D^2\}$ forman una base del dual de $\mathbb{R}_2[x]$.

(ii) Calcular la base de $\mathbb{R}_2[x]$ de la cual $\{D^0, D^1, D^2\}$ es dual.

---

2. Sea $f : M_2(\mathbb{R}) \longrightarrow \mathbb{R}_2[x]$ la aplicación lineal definida por $f\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = (a-b)x^2 + (c+d)x$.

Sea $\mathcal{B}_1$ la base canónica de $M_2(\mathbb{R})$ y $\mathcal{B}_2$ la base $\{x^2+1, x^2+3x, 5\}$ de $\mathbb{R}_2[x]$.

(i) Calcular las bases $\mathcal{B}_1^*$ y $\mathcal{B}_2^*$.

(ii) Hallar la matriz de f^* respecto de las bases $\mathcal{B}_1^*$ y $\mathcal{B}_2^*$.

(iii) Describir el núcleo de f^* y el anulador de $\mathrm{Im}(f)$. Dar ecuaciones de ellos.

(iv) Describir el anulador de $Ker(f)$ y la imagen de f^*. Dar ecuaciones de ellos.

---

3. En una población se produce un brote de una enfermedad muy contagiosa pero no excesivamente grave. Cada día enferman un 10 % de las personas que estaban sanas, mientras que un 40 % de los que estaban enfermos el día anterior se curan.

a) Escribe una ecuación matricial que describa la situación expuesta, definiendo con cuidado las variables.

b) Demuestra que, pasado suficiente tiempo, el porcentaje de población enferma se estabilizará, ¿alrededor de qué valor?
