ÁLGEBRA LINEAL

(**Taller 12 : 18-12-2013**)

• **Grado en Matemáticas (Grupo 7111)** • **Curso 2013–14**

---

1. Consideramos los siguientes polinomios de $\mathbb{R}_2[x]$:

$$p_1(x) = 1, \qquad p_2(x) = 1 + x \qquad \text{y} \qquad p_3(x) = 1 + x + x^2.$$

(i) Comprobar que $\mathcal{B} = \{p_1, p_2, p_3\}$ es una base de $\mathbb{R}_2[x]$.

(ii) Calcular la base dual $\mathcal{B}^* = \{p_1^*, p_2^*, p_3^*\}$.

(iii) Calcular $p_1^*(2x + 3x^2)$.

---

2. Sean $f : M_2(\mathbb{R}) \longrightarrow M_2(\mathbb{R})$ y $g : M_2(\mathbb{R}) \longrightarrow \mathbb{R}^3$ las aplicaciones lineales definidas por:

$$f\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+b & 0 \\ c-d & 5a \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad g\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = (a+b, -c, d-a).$$

Hallar la matriz de $(g \circ f)^*$ respecto a ciertas bases.

---

3. En una población se produce un brote de una enfermedad muy contagiosa pero no excesivamente grave. Cada día enferman un $\mathcal{E}\,\%$ de las personas que estaban sanas, mientras que un $\mathcal{S}\,\%$ de los que estaban enfermos el día anterior se curan.

a) Escribe una ecuación matricial que describa la situación expuesta, definiendo con cuidado las variables.

b) Demuestra que, pasado suficiente tiempo, el porcentaje de población enferma se estabilizará, ¿alrededor de qué valor?
