

APELLIDOS, NOMBRE: _____

<table border="1"><tr><td>Razonar debidamente las respuestas</td></tr></table>	Razonar debidamente las respuestas	◇◇◇	Ejercicio 1 <table border="1"><tr><td> </td></tr></table> 4 puntos		Ejercicio 2 <table border="1"><tr><td> </td></tr></table> 6 puntos		FINAL <table border="1"><tr><td> </td></tr></table> 10	
Razonar debidamente las respuestas								

Problema 1. Decide de manera razonada si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

- (i) Sea V un K -espacio vectorial de dimensión n . Si W_1 y W_2 son dos K -subespacios de V tales que $\dim W_1 = 1$ y $\dim W_2 = n - 1$, entonces $W_1 \cap W_2 = \{\mathbf{0}\}$
- (ii) $W := \{A \in \text{Mat}_2(\mathbb{Q}) : A^t = -A\}$ es un \mathbb{Q} -subespacio vectorial de $\text{Mat}_2(\mathbb{Q})$ y $\dim W = 1$.

Problema 2. Considerar los siguientes subespacios vectoriales de $\mathbb{R}[X]_3$ (no hace falta que demuestres que son subespacios):

$$W_1 = \langle 1 - X + X^2, 1 + X + X^3, 1 - X^2 + X^3 \rangle_{\mathbb{R}} \quad \text{y} \quad W_2 = \{P \in \mathbb{R}[X]_3 : P(1) = P(0), P'(0) = 0\}$$

Se pide:

- (i) Calcula bases para W_1 y para W_2 .
 - (ii) Completar la base de W_1 calculada en el apartado anterior a una base de $\mathbb{R}[X]_3$.
 - (iii) Da las coordenadas del polinomio $1 + X + X^2 + X^3$ con respecto a la nueva base de $\mathbb{R}[X]_3$ que has encontrado en el apartado anterior.
 - (iv) Calcula una base de $W_1 \cap W_2$.
 - (iv) Calcula la dimensión de $W_1 + W_2$ y decide de manera razonada si $\mathbb{R}[X]_3 = W_1 \oplus W_2$.
 - (vi) Calcula la dimensión y una base del espacio cociente $\mathbb{R}[X]_3/W_1$.
-