ÁLGEBRA LINEAL

(Grupo 711 - Modelo A)

Grado en Matemáticas
Curso 2013–14

Examen
29-10-2013

APELLIDOS, NOMBRE: ______________________________

Razonar debidamente las respuestas	◇◇◇	**Ejercicio 1**	**Ejercicio 2**	**FINAL**
		4 puntos	6 puntos	10

Problema 1. Decide de manera razonada si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

(i) Sea V un K-espacio vectorial de dimensión n. Sea $\{u_1, \ldots, u_{n-1}\}$ un conjunto formado por $n-1$ vectores de V linealmente independientes. Entonces para todo vector $v \in V$ tal que $v \neq u_i$, $i = 1, \ldots, n-1$, se tiene que el conjunto de n vectores $\{v, u_1, \ldots, u_{n-1}\}$ forma una base de V.

(ii) $\{p(x) \in \mathbb{R}_2[x] \,|\, p(-x) = -p(x)\}$ es un subespacio vectorial de $\mathbb{R}_2[x]$ de dimensión 1.

Problema 2. Considerar los siguientes subespacios vectoriales de $M_2(\mathbb{Q})$:

$$W_1 = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \right\rangle_{\mathbb{Q}} \quad \text{y} \quad W_2 = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Q}) \,\middle|\, \begin{matrix} a+b+c+d=0 \\ 2a+c-d=0 \end{matrix} \right\}$$

Se pide:

(i) Calcula bases para W_1 y para W_2.

(ii) Completar la base de W_1 calculada en el apartado anterior a una base de $M_2(\mathbb{Q})$.

(iii) Da las coordenadas de la matriz $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Q})$ con respecto a la nueva base de $M_2(\mathbb{Q})$ que has encontrado en el apartado anterior.

(iv) Calcula una base de $W_1 \cap W_2$.

(v) Calcula la dimensión de $W_1 + W_2$ y decide de manera razonada si $M_2(\mathbb{Q}) = W_1 \oplus W_2$.

(vi) Calcula la dimensión y una base del espacio cociente $M_2(\mathbb{Q})/W_1$.

ÁLGEBRA LINEAL

(Grupo 711 - Modelo B)

Grado en Matemáticas
Curso 2013–14

Examen
29-10-2013

Apellidos, Nombre: ____________________

Razonar debidamente las respuestas ⋄ ⋄ ⋄

Ejercicio 1	Ejercicio 2	FINAL
4 puntos	6 puntos	10

Problema 3. Decide de manera razonada si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

(i) Sea V un K-espacio vectorial de dimensión n. Cualquier conjunto $\{u_1, \dots, u_{n+1}\}$ formado por $n+1$ vectores de V es sistema de generadores de V.

(ii) $\left\{ A \in M_2(\mathbb{Q}) \,\middle|\, A = A^t + 3A \right\}$ es un subespacio vectorial de $M_2(\mathbb{Q})$ de dimensión 0.

Problema 4. Considerar los siguientes subespacios vectoriales de $\mathbb{R}_3[x]$:

$$W_1 = \left\langle x^3 + x^2, x^3 + x + 1, 2x^3 + 2x^2 + 2x + 2 \right\rangle_{\mathbb{R}}$$

$$W_2 = \left\{ ax^3 + bx^2 + cx + d \in \mathbb{R}_3[x] \,\middle|\, \begin{array}{c} a + b + c + d = 0 \\ 2a + c - d = 0 \end{array} \right\}$$

Se pide:

(i) Calcula bases para W_1 y para W_2.

(ii) Completar la base de W_1 calculada en el apartado anterior a una base de $\mathbb{R}_3[x]$.

(iii) Da las coordenadas del polinomio $q(x) = x^2 + x + 2 \in \mathbb{R}_3[x]$ con respecto a la nueva base de $\mathbb{R}_3[x]$ que has encontrado en el apartado anterior.

(iv) Calcula una base de $W_1 \cap W_2$.

(v) Calcula la dimensión de $W_1 + W_2$ y decide de manera razonada si $\mathbb{R}_3[x] = W_1 \oplus W_2$.

(vi) Calcula la dimensión y una base del espacio cociente $\mathbb{R}_3[x]/W_1$.