ÁLGEBRA 2

Grado en Física
Curso 2013–2014

Bloque A
27-2-2014

Grupo
511

Apellidos, Nombre: ____

	Ejercicio 1	Ejercicio 2	TOTAL
Razonar debidamente las respuestas ◇◇◇			
	3 puntos (1.5+1.5)	7 puntos (1+2+1+1+2)	10

Ejercicio 1. Sea V un K-espacio vectorial de dimensión finita y $f : V \longrightarrow V$ un endomorfismo. Demuestra:

(i) Si $f^2 = f$, entonces $\{\text{valores propios de } f\} \subset \{0, 1\}$.

(ii) Si $f^2 = f$ y f es biyectiva, entonces 1 es el único valor propio de f.

Ejercicio 2. Consideramos la matriz con coeficientes reales

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

(i) Demuestra que el polinomio característico de A es $-x^3 - 6x^2 - 12x - 8$.

(ii) Calcula los autovalores de A y para cada uno de ellos calcula una base del correspondiente subespacio propio.

(iii) Determina si A es diagonalizable o no.

(iv) Determina la forma canónica de Jordan J de A, en el caso en el que exista.

(v) Encuentra una base de $\mathbb{R}^3$ respecto a la cual el endomorfismo de $\mathbb{R}^3$ definido por A tenga matriz de Jordan J y una matriz P tal que $J = P^{-1}AP$.