

1. Sea $f : \mathbb{R}_2[x] \longrightarrow M_2(\mathbb{R})$ la aplicación definida por:

$$f(p(x)) = \begin{pmatrix} p(1) & p'(2) \\ p(3) & 0 \end{pmatrix}.$$

- (i) Demuestra que f es lineal.
 - (ii) Calcula la matriz de f con respecto a las bases estándar de $\mathbb{R}_2[x]$ y de $M_2(\mathbb{R})$.
 - (iii) Determina la dimensión y una base de $\text{Ker}(f)$ e $\text{Im}(f)$.
 - (iv) Encuentra un subespacio $W \subset \mathbb{R}_2[x]$ tal que f induzca un isomorfismo $W \xrightarrow{\sim} \text{Im}(f)$.
-

2. Sea $\Delta = \langle(1, 1)\rangle$ el subespacio diagonal de \mathbb{R}^2 . Encuentra la matriz respecto a la base estándar (o demuestra que no existe) de una aplicación lineal $g : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ tal que $\text{Ker}(g) = \Delta$ e $\text{Im}(g) = \Delta$.
