ÁLGEBRA LINEAL (Taller 6 : 16-10-2012)	•	Grado en Matemáticas (Grupo 716)	•	Curso 2012–13

1. Consideremos los siguientes subespacios vectoriales de $\mathbb{Q}^4$:

$$W_1 = \langle (4,0,2,-1),(3,2,1,0),(1,2,0,1/2)\rangle_{\mathbb{Q}},$$

$$W_2 = \left\{ (x,y,z,t) \in \mathbb{Q}^4 \;\middle|\; \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1-2 & \\ 0 & 1 & 4 & 0 \\ 6 & 1 & -5 & -6 \\ -2 & 1/2 & 5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

(i) Calcular la dimensión y una base de W_1.

(ii) Demostrar que $u = (5,-2,3,-2) \in W_1$, y completar este vector a una base de W_1.

(iii) Encontrar un espacio complementario de W_1.

(iv) Calcular la dimensión y una base de W_2.

(v) Calcular la dimensión y una base de los subespacios $W_1 + W_2$ y $W_1 \cap W_2$ y comprobar que se cumple la fórmula de Grassman.

---

2. Sean $W_1, W_2, W_3 \subset V$ tres subespacios de un espacio vectorial de dimensión finita V. Por el principio de inclusión-exclusión podría pensarse que

$$\begin{aligned} dim(W_1 + W_2 + W_3) = & dim(W_1) + dim(W_2) + dim(W_3) \\ & - dim(W_1 \cap W_2) - dim(W_1 \cap W_3) - dim(W_2 \cap W_3) + dim(W_1 \cap W_2 \cap W_3). \end{aligned}$$

Da un ejemplo que muestre que la fórmula anterior no se cumple en general.
