ÁLGEBRA LINEAL

(Taller 5 : 9-10-2012) • **Grado en Matemáticas (Grupo 716)** • **Curso 2012–13**

1. Considera los siguientes subespacios de $M_2(\mathbb{Q})$:

$$V_1 = \{A \in M_2(\mathbb{Q}) : A \text{ es triangular superior y } traza(A) = 0\},$$
$$V_2 = \left\langle \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \right\rangle_{\mathbb{Q}}.$$

a) Encuentra una base $\mathcal{B}$ del $\mathbb{Q}$-espacio vectorial $V_1 \cap V_2$.

b) Encuentra bases de V_1 y V_2 que contengan a $\mathcal{B}$.

c) Encuentra, si existe, un subespacio $W \subset M_2(\mathbb{Q})$ tal que $V_1 \subset W$, $V_2 \subset W$ y $W \neq M_2(\mathbb{Q})$. [Puedes definir W dando una base.]

d) ¿Cuántas ecuaciones lineales son necesarias para definir W dentro de $M_2(\mathbb{Q})$? Encuéntralas.

---

2. Sea V un K-espacio vectorial de dimensión finita n. Para cada una de las siguientes afirmaciones, si es cierta, demuéstrala, si es falsa, encuentra un contraejemplo.

a) Si $e_1, \ldots, e_n \in V$ son linealmente independientes, entonces $\{e_1, \ldots, e_n\}$ es una base de V.

b) Si $\{e_1, \ldots, e_n\}$ genera V, entonces $\{e_1, \ldots, e_n\}$ es una base de V.