

APELLIDOS, NOMBRE: _____

Grupo
51 _

**Razonar
debidamente
las respuestas**

◇◇◇

Ejercicio 1

2 puntos

Ejercicio 2

3 puntos

Ejercicio 3

2 puntos

Ejercicio 4

3 puntos

FINAL

10

Problema 1. Decide de manera razonada si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

- (i) Toda matriz ortogonal es simétrica.
- (ii) Toda proyección ortogonal sobre un subespacio de un espacio vectorial es una isometría.

Problema 2. Sea ψ la forma bilineal en \mathbb{R}^3 cuya matriz con respecto a la base canónica es

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

Se pide:

- (i) Demostrar que ψ es un producto escalar.
- (ii) Encontrar una base de \mathbb{R}^3 ortonormal con respecto a ψ .
- (iii) Si W es el subespacio de \mathbb{R}^3 de ecuación $y + z = 0$, hallar la descomposición ortogonal de $(1, 1, 1)$ con respecto a W y a su ortogonal (con respecto a ψ).

Problema 3. Dada la forma cuadrática en \mathbb{R}^3

$$Q(x, y, z) = 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 6yz$$

se pide:

- (i) Estudiar de dos maneras distintas su diagonalización.
- (ii) Hallar sus índices de inercia positivo y negativo.
- (iii) Decir si es o no definida positiva o definida negativa.

Problema 4. Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -6 & -4 & 1 \\ -3 & -4 & 0 \end{pmatrix}$$

se pide calcular su forma de Jordan y la base de Jordan correspondiente.