

Reto 2

Simone Spada

1 Solución

No existe n entero positivo con un número par de dígitos tal que

$$n = d_1 \dots d_{2k} = d_1^{d_2} + \dots + d_{2k-1}^{d_{2k}}$$

donde d_1, \dots, d_{2k} son los dígitos de n .

2 Demostración

2.1

Para $k \geq 6$ tenemos que:

$$k \leq 10^{2k-10}$$

que se puede demostrar por inducción sobre k :

-Si $k = 6$:

$$6 \leq 10^2$$

-Supongo es verdadero para k y demuestro para $k + 1$:

$$k + 1 \leq 10^{2k-10} + 1 < 10^{2k-10} + (10^{2(k+1)-10} - 10^{2k-10}) = 10^{2(k+1)-10}$$

2.2

Entonces, si $k \geq 6$,

$$d_1^{d_2} + \dots + d_{2k-1}^{d_{2k}} < n$$

Prueba:

para todos n de $2k$ dígitos, tenemos

$$d_1^{d_2} + \dots + d_{2k-1}^{d_{2k}} \leq 9^9 k < 10^9 k \leq 10^9 \times 10^{2k-10} = 10^{2k-1} \leq n$$

2.3

Ademas, por $k = 5$, tenemos que

$$d_1^{d_2} + \dots + d_9^{d_{10}} \leq 5 \times 9^9 = 1937102445 < 2 \times 10^9$$

así che n tiene que ser menor que 2×10^9 .

Entonces, es suficiente probar con un ordenador todos los numeros menores que 2×10^9 .

3 Ejemplos de programas

3.1 SAGE

Un ejemplo de código en SAGE es:

```

a=[0,0,0,0,0]
b=[0,0,0,0,0]
for i1 in range(10,20): #codigo para k=5
    a[1]=integer_floor(i1/10)^(i1%10)
    b[1]=i1*10^8
    for i2 in range(1,100):
        p=(i1-10)*10+i2*0.1
        print "k=5: hecho el %s por ciento"%(p) #para saber cuanto hemos calculado
        a[2]=a[1]+integer_floor(i2/10)^(i2%10)
        b[2]=b[1]+i2*10^6
        for i3 in range(1,100):
            a[3]=a[2]+integer_floor(i3/10)^(i3%10)
            b[3]=b[2]+i3*10^4
            for i4 in range(1,100):
                a[4]=a[3]+integer_floor(i4/10)^(i4%10)
                b[4]=b[3]+i4*10^2
                for i5 in range(1,100):
                    n1=a[4]+integer_floor(i5/10)^(i5%10)
                    n2=b[4]+i5
                    if n1==n2:
                        print n1
for i2 in range(10,100): #k=4
    p=(i2-10)/0.9
    print "k=4: hecho el %s por ciento"%(p) #para saber cuanto hemos calculado
    a[2]=integer_floor(i2/10)^(i2%10)
    b[2]=i2*10^6
    for i3 in range(1,100):
        a[3]=a[2]+integer_floor(i3/10)^(i3%10)
        b[3]=b[2]+i3*10^4
        for i4 in range(1,100):
            a[4]=a[3]+integer_floor(i4/10)^(i4%10)
            b[4]=b[3]+i4*10^2
            for i5 in range(1,100):
                n1=a[4]+integer_floor(i5/10)^(i5%10)
                n2=b[4]+i5
                if n1==n2:
                    print n1
for i3 in range(10,100): #k=3
    p=(i3-10)/0.9

```

```

print "k=3: hecho el %s por ciento"%(p) #para saber cuanto hemos calculado
a[3]=integer_floor(i3/10)^(i3%10)
b[3]=i3*10^4
for i4 in range(1,100):
    a[4]=a[3]+integer_floor(i4/10)^(i4%10)
    b[4]=b[3]+i4*10^2
    for i5 in range(1,100):
        n1=a[4]+integer_floor(i5/10)^(i5%10)
        n2=b[4]+i5
        if n1==n2:
            print n1
for i4 in range(10,100): #k=2
    p=(i4-10)/0.9
    print "k=2: hecho el %s por ciento"%(p) #para saber cuanto hemos calculado
    a[4]=integer_floor(i4/10)^(i4%10)
    b[4]=i4*10^2
    for i5 in range(1,100):
        n1=a[4]+integer_floor(i5/10)^(i5%10)
        n2=b[4]+i5
        if n1==n2:
            print n1
for i5 in range(10,100): #k=1
    p=(i5-10)/0.9
    print "k=1: hecho el %s por ciento"%(p) #para saber cuanto hemos calculado
    n1=integer_floor(i5/10)^(i5%10)
    n2=i5
    if n1==n2:
        print n1
print "terminado"

```

3.2 Visual Basic

Podemos notar que si se usa un lenguaje de programación capaz de trabajar a nivel mas bajo y de compilar un file .exe, se puede hacer las mismas operaciones en un tiempo mucho mas breve. Por ejemplo, el siguiente codigo escrito en Visul Basic tarda minutos donde SAGE tarda horas:

```

Private Sub Command1_Click()
Dim i1 As Integer, i2 As Integer, i3 As Integer, i4 As Integer, i5 As Integer
Dim a(5) As Double, b(5) As Double

Text1.MultiLine = True 'permite escribir en mas que una linea
Text1.ScrollBars = 2 'añade la scrollbar
Text1 = "" 'limpia la text
For i1 = 10 To 19 'k=5

```

```

a(1) = Int(i1 / 10) ^ (i1 Mod 10)
b(1) = i1 * 10 ^ 8
For i2 = 1 To 99
  Label1 = "k=5...Estado: " & (i1 - 10) * 10 + i2 / 10 & "%"
  Form1.Refresh 'dibuja una otra vez el form
  a(2) = a(1) + Int(i2 / 10) ^ (i2 Mod 10)
  b(2) = b(1) + i2 * 10 ^ 6
  For i3 = 1 To 99
    a(3) = a(2) + Int(i3 / 10) ^ (i3 Mod 10)
    b(3) = b(2) + i3 * 10 ^ 4
    For i4 = 1 To 99
      a(4) = a(3) + Int(i4 / 10) ^ (i4 Mod 10)
      b(4) = b(3) + i4 * 10 ^ 2
      For i5 = 1 To 99
        a(5) = a(4) + Int(i5 / 10) ^ (i5 Mod 10)
        b(5) = b(4) + i5
        If a(5) = b(5) Then Text1 = Text1 & a(5) & vbCrLf
          'el comando vbCrLf impieza una nueva linea
      Next i5
    Next i4
  Next i3
Next i2
Next i1
For i2 = 10 To 99 'k=4
  Label1 = "k=5 Terminado" & vbCrLf & "k=4...Estado: " & (i2 - 10) / 0.9 & "%"
  Form1.Refresh
  a(2) = Int(i2 / 10) ^ (i2 Mod 10)
  b(2) = i2 * 10 ^ 6
  For i3 = 1 To 99
    a(3) = a(2) + Int(i3 / 10) ^ (i3 Mod 10)
    b(3) = b(2) + i3 * 10 ^ 4
    For i4 = 1 To 99
      a(4) = a(3) + Int(i4 / 10) ^ (i4 Mod 10)
      b(4) = b(3) + i4 * 10 ^ 2
      For i5 = 1 To 99
        a(5) = a(4) + Int(i5 / 10) ^ (i5 Mod 10)
        b(5) = b(4) + i5
        If a(5) = b(5) Then Text1 = Text1 & a(5) & vbCrLf
      Next i5
    Next i4
  Next i3
Next i2
For i3 = 10 To 99 'k=3
  a(3) = Int(i3 / 10) ^ (i3 Mod 10)

```

```

b(3) = i3 * 10 ^ 4
For i4 = 1 To 99
    a(4) = a(3) + Int(i4 / 10) ^ (i4 Mod 10)
    b(4) = b(3) + i4 * 10 ^ 2
    For i5 = 1 To 99
        a(5) = a(4) + Int(i5 / 10) ^ (i5 Mod 10)
        b(5) = b(4) + i5
        If a(5) = b(5) Then Text1 = Text1 & a(5) & vbCrLf
    Next i5
Next i4
Next i3
For i4 = 10 To 99 'k=2
    a(4) = Int(i4 / 10) ^ (i4 Mod 10)
    b(4) = i4 * 10 ^ 2
    For i5 = 1 To 99
        a(5) = a(4) + Int(i5 / 10) ^ (i5 Mod 10)
        b(5) = b(4) + i5
        If a(5) = b(5) Then Text1 = Text1 & a(5) & vbCrLf
    Next i5
Next i4
For i5 = 10 To 99 'k=1
    a(5) = Int(i5 / 10) ^ (i5 Mod 10)
    b(5) = i5
    If a(5) = b(5) Then Text1 = Text1 & a(5) & vbCrLf
Next i5
Label1 = "k=5 Terminado" & vbCrLf & "k=4 Terminado " & vbCrLf
Label1 = Label1 & "k=3 Terminado " & vbCrLf & "k=2 Terminado "
Label1 = Label1 & vbCrLf & "k=1 Terminado "
If Text1 = "" Then Text1 = "no existe"
End Sub

```

De toda forma, el resultado obtenido es el mismo: no existen soluciones.