8 Septiembre 2008

1. Demostrar que hay infinitos primos congruentes con 4 módulo 5.
(Ayuda: $N = 25(p_1 \cdots p_r)^2 - 5$)

2. Demostrar que si hay un número finito de primos de Fermat entonces hay un número finito de primos de la forma $2^n + 1$ con $n \in \mathbb{N}$.

3. Sea $d < 0$ un entero libre de cuadrados y $\mathcal{O}_{\mathbb{Q}(\sqrt{d})}$ el anillo de enteros del cuerpo cuadrático imaginario $\mathbb{Q}(\sqrt{d})$. Determinar $\mathcal{U}(\mathcal{O}_{\mathbb{Q}(\sqrt{d})})$, tanto sus elementos como su estructura como grupo, así como sus generadores.

4. Determinar si el anillo de enteros de $\mathbb{Q}(\sqrt{-13})$ es un dominio de ideales principales.

5. Determinar la estructura del grupo de clase de $\mathbb{Q}(\sqrt{15})$.

6. Determinar las soluciones enteras de la ecuación diofántica $x^5 = y^2 + 19$.

OBSERVACIONES:

- Razonar las respuestas.
- Puntuación de los ejercicios

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	1	2	2	3	1