

Septiembre 2007

- (1) Sea $p \in \mathbb{Z}$ un primo impar. Demostrar que la ecuación diofántica $C : x^2 + y^2 = p$ tiene infinitas soluciones racionales si y sólo si $p \equiv 1 \pmod{4}$.
- (2) Encontrar los últimos dos dígitos de 3^{1000} .
- (3) Encontrar para que valores de $n \in \mathbb{N}$ se tiene que $2^{2n} + 5$ es primo.
- (4) Demostrar que la suma de tres cubos enteros consecutivos es divisible por 9.
- (5) Calcular la estructura del grupo de clase del cuerpo cuadrático $\mathbb{Q}(\sqrt{-23})$.
- (6) Demostrar el primer caso del Último Teorema de Fermat para $p = 3$.

OBSERVACIONES:

- Razonar las respuestas.
- Puntuaciones:

1	2	3	4	5	6
2	1	1	1	3	2