

Trabajos a entregar

(1) Teorema de Legendre:

Sean $a, b, c \in \mathbb{Z}$ enteros libres de cuadrados primos dos a dos y no todos del mismo signo. Si para cada primo p y cada entero positivo m se tiene $ax^2 + by^2 + cz^2 \equiv 0 \pmod{p^m}$ tiene una solución (x, y, z) no todos divisibles por p , entonces $ax^2 + by^2 + cz^2 = 0$ tiene una solución entera no trivial.

(2) Último Teorema de Fermat para primos de Germain:

Sea p un primo impar tal que $2p + 1$ es también primo, entonces $x^p + y^p = z^p$ no tiene soluciones no triviales con $p \nmid xyz$.

(3) Ecuaciones de Pell:

Sea d un entero positivo libre de cuadrados, entonces $x^2 - dy^2 = 1$ tiene infinitas soluciones enteras. Además existe una solución (x_1, y_1) tal que cualquier solución es de la forma $\pm(x_n, y_n)$ donde $x_n + \sqrt{d}y_n = (x_1 + \sqrt{d}y_1)^n$, $n \in \mathbb{Z}$.

(4) Teorema de los cuatro cuadrados:

Cualquier entero positivo es la suma de cuatro cuadrados.

(5) Último Teorema de Fermat para 3:

La ecuación $x^3 + y^3 = z^3$ no tiene soluciones enteras no triviales.

(6) Ecuación cúbica:

Sea $a > 2$ un entero libre de cubos tal que la ecuación $x^3 + y^3 = a$ tiene una solución racional, entonces tiene infinitas soluciones racionales.

(7) Curvas de Mordell:

Sea $k \neq 1, -432$ un entero libre de potencias sextas tal que la ecuación $y^2 = x^3 + k$ tiene una solución racional (x, y) tal que $xy \neq 0$, entonces tiene infinitas soluciones racionales.