

24 de Noviembre 2006

(1) Sea n un entero compuesto. Demostrar:

(a) Existe un factor primo p de n cumpliendo $p \leq \sqrt{n}$.

(b) Si el factor primo p más pequeño de n cumple $p > \sqrt[3]{n}$, entonces n/p es primo.

(2) Encontrar los últimos dos dígitos de 2^{1000} .

(3) Sea $n \in \mathbb{N}$. Demostrar
$$\prod_{\substack{a=1 \\ (a,n)=1}}^{n-1} a \equiv \pm 1 \pmod{n}$$

(4) Sea p un primo impar. Calcular $\left(\frac{7}{p}\right)$.

(5) Calcular las soluciones de las siguientes ecuaciones:

(a) $x^{22} \equiv 101 \pmod{225}$

(b) $x^{27} \equiv 76 \pmod{225}$

(c) $x^{37} \equiv 176 \pmod{225}$

OBSERVACIONES:

- Razonar las respuestas.
- Cada ejercicio vale lo mismo.