

Matemáticas I

Derecho y Administración de Empresas

Hoja 6 : Introducción a la Optimización

1. Sin utilizar derivadas probar que las funciones

a) $f(x, y) = |x - y|$.

b) $g(x, y) = e^{\sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2}}$

no tienen máximos pero si mínimos ¿En que puntos se alcanzan estos mínimos?

2. Sin hacer uso del Criterio del Hessiano, hallar y clasificar los puntos críticos de las funciones siguientes:

a) $f(x, y) = 2x + 3y + 4$.

b) $f(x, y) = 2x^2 + 2xy + y^2 + 2x - 3$.

c) $f(x, y) = x^2 + y^2 + 3xy$.

3. Hallar los extremos relativos y puntos de silla de las siguientes funciones:

a) $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$.

b) $f(x, y) = e^{x^2+y^2}$.

c) $f(x, y) = x^4 + 8x^2 + y^2 - 4y$.

d) $f(x, y) = xy$.

e) $f(x, y) = x^2 - 5y^2 + 8x - 10y - 13$.

f) $f(x, y) = y^2 - x^2$.

g) $f(x, y) = 2x^2 - y^3$.

4. Determinar el valor de $k \in \mathbb{R}$ para que la función $f(x, y) = x^2 + kxy + 9y^2$ tenga un mínimo en $(0, 0)$.

5. Determinar el valor de $k \in \mathbb{R}$ para que la función $f(x, y) = kye^{x^2+y}$ tenga un máximo en $(0, 0)$.

6. Resolver el siguiente problema por el método de eliminación de variables:

$$\begin{cases} \min x^2 + 2y \\ x + y = 1 \end{cases}$$

¿Qué sucede con el número de variables en el nuevo problema?

7. Aplicando el método de los multiplicadores de Lagrange, resolver el siguiente problema:

$$\begin{cases} \max 2x + y \\ (x - 1)^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

8. Una lechería produce x litros de leche entera e y litros de leche desnatada. Suponga que el precio de la leche entera es $p(x) = 100 - x$ y el de la leche desnatada es $q(y) = 100 - y$. Si $C(x, y) = x^2 + xy + y^2$ es la función de costes conjuntos de los dos tipos de leche. ¿Cuál es el beneficio máximo?