Propuesta de Trabajos Fin de Grado, curso académico 2018-19

PROFESOR: Gabino González Diez

1.- TÍTULO: **Teorema de Grothendieck-Belyi**

Resumen/contenido:

El teorema de Belyi (o de Grothendieck-Belyi) establece que una curva C:F(x,y)=0 con coeficientes complejos es isomorfa a una cuyos coeficientes son números algebraicos si y sólo si admite una función racional f(x,y)=P(x,y)/Q(x,y) con tres puntos de ramificación (en cuyo caso los polinomios P(x,y) y Q(x,y) pueden tomarse también con coeficientes algebraicos).

Se trataría de entender una demostración de este teorema y de trabajar algunos ejemplos concretos. También se podría estudiar la acción del grupo absoluto de Galois (el grupo de Galois del cierre algebraico de **Q**) en los grafos (dessins d'enfants, en la terminología de Grothendieck) que se obtienen en la curva C (vista como una superficie topológica) como imagen inversa del intervalo [0,1].

Bibliografía/referencias:

1. Girondo, Ernesto; González-Diez, Gabino. Introduction to compact Riemann surfaces and dessins d'enfants. London Mathematical Society. Student Texts, 79. Cambridge University Press, Cambridge, 2012.
2. Jones, Gareth A; Wolfart, Jürgen. Dessins d'enfants and Riemann surfaces. Springer Monographs in Mathematics, 2016.

2.- TÍTULO: **Funciones complejas doblemente periódicas**

Resumen/contenido:

Si los dos períodos z, w de los que se habla en el título son números complejos **R**-linealmente independientes, entonces las funciones doblemente periódicas (o funciones de Weierstrass) permiten definir una biyección entre el toro complejo **C**/ **Z** z + **Z** w y una cúbica plana.

Esta biyección permite trasladar la estructura de grupo del toro complejo a la cúbica de forma que la "suma" de puntos con coordenadas en un cuerpo, digamos **Q**, es un punto de la cúbica que tiene de nuevo coordenadas en ese cuerpo. Ello permite encontrar nuevos puntos con coordenadas racionales a partir de dos dados.

Bibliografía/referencias:

1. Ahlfors, Lars V. Complex analysis. McGraw-Hill Book Company. 1966.
2. Cartan, Henri. Théorie élémentaire des fonctions analytiques, Hermann 1964 (existen versiones en español y en inglés).

3. Lang, Serge. Elliptic curves. Diophantine analysis. Springer. 1970 (primer capítulo)

3.- TÍTULO: **Teorema de invariancia del dominio**

Resumen/contenido:

Se trataría de demostrar que si n y m son distintos, un abierto de $\mathbf{R}^n$ no puede ser homeomorfo a un abierto de $\mathbf{R}^m$ (en particular $\mathbf{R}^n$ no puede ser homeomorfo a $\mathbf{R}^m$). La demostración requiere el uso de métodos homológicos.

Bibliografía/referencias:

1. Bott, R; Tu, L. Differential Forms in Algebraic Topology (Springer-Verlag, 1982).
2. Karoubi, M; Leruste, C. Algebraic Topology via Differential Geometry. LMS, LNS 99 (1989).