

Propuesta de Trabajos Fin de Grado

curso académico 2024-25

PROFESOR: Enrique González Jiménez

Comentario para las/los alumnos/as: Si tienes alguna duda sobre la propuesta puedes ponerte en contacto conmigo.

Número de propuestas: 5

Número máximo de TFGs que solicita dirigir: 3

1.- TÍTULO: **Curvas de Bachet-Mordell**

Resumen/contenido: La idea de este TFG es hacer una introducción a la Teoría de Números Algebraica a través de la resolución de las ecuaciones de Bachet-Mordell. Esto es, dado un entero k , calcular todas las soluciones enteras de la ecuación $x^3=y^2+k$.

Este TFG se enmarca dentro del Área de Álgebra. Concretamente dentro de la Teoría de Números.

Dificultad estimada: Media (dependiendo del objetivo del alumno).

Artículo introductorio:

- Keith Conrad. [Examples of Mordell's equation](#)
-

2.-TÍTULO: **Subgrupos de $GL_2(\mathbb{F}_p)$**

Resumen/contenido: Dado un primo p , la clasificación de los subgrupos de $GL_2(\mathbb{F}_p)$ es un paso importante para entender las representaciones de Galois asociadas a curvas elípticas. En particular para la demostración del Último Teorema de Fermat dado por A. Wiles. El objetivo de este trabajo no consiste en estudiar curvas elípticas, solo en la clasificación de los subgrupos de $GL_2(\mathbb{F}_p)$.

Este TFG se enmarca dentro del Área de Álgebra.

Asignaturas: Estructuras algebraicas y Teoría de Galois.

Dificultad estimada: Media/Alta.

Referencia inicial:

[Andrew V. Sutherland. Computing images of Galois representations attached to elliptic curves.](#) Sólo la sección 3.

3.-TÍTULO: **Asíntotas generalizadas de curvas algebraicas**

Resumen/contenido: Las asíntotas generalizadas son un concepto matemático que generaliza la noción clásica de asíntotas de una curva definida por un polinomio de la forma $g(x)y-f(x)=0$. Estas nociones proporcionan una herramienta fundamental para analizar el comportamiento de una curva a medida que se extiende hacia el infinito.

Este TFG se enmarca dentro del Área de Álgebra y Geometría.

Dificultad estimada: Media/Alta.

Referencias iniciales:

* [S. Pérez Díaz, R. Sendra, F. Winkler, Rational Algebraic Curves: A Computer Algebra Approach. Springer-Verlag Heidelberg, in series Algorithms and Computation in Mathematics. Volume 22. \(2007\)](#)

* [M. Fernández de Sevilla and R. Magdalena-Benedicto. S. Pérez Díaz. An effective algorithm for computing the asymptotes of an implicit curve. Journal of Computational and Applied Mathematics. Vol. 437. 115468. \(2024\). DOI: 10.1016/j.cam.2023.115468.](#)

4.-TÍTULO: **Álgebras de Cuaterniones**

Resumen/contenido: El Trabajo Fin de Grado abordará el estudio de las álgebras de cuaterniones, centrado en los conceptos fundamentales presentados en el libro "Quaternion Algebras" de J. Voight. Comenzará con una introducción a los cuaterniones y su estructura algebraica, explorando sus propiedades. Dependiendo del interés del alumno se pueden tomar distintos caminos para profundizar (Véase el libro).

Este TFG se enmarca dentro del Área de Álgebra.

Dificultad estimada: Media/Alta.

Referencia básica:

[J. Voight. Quaternion Algebras. Springer \(2021\).](#)

5.- TÍTULO: **Aritmética de Curvas elípticas. Genérico.** (2 alumnos)

Resumen/contenido: Las curvas elípticas son en la actualidad centrales en muchas ramas de la Teoría de Números. También en la Criptografía. Esta propuesta pretende estudiar las nociones básicas de estas curvas. Depende de los intereses del alumno se podrá centrar el objetivo.

Este TFG se enmarca dentro del Área de Álgebra. Concretamente dentro de la Teoría de Números, la Geometría Algebraica y/o la Criptografía.

Dificultad estimada: Media/Alta (dependiendo del objetivo del alumno).

Dos artículos de divulgación de La Gaceta de la RSME:

- Orientado a Teoría de Números y Geometría Algebraica:

[Álvaro Lozano Robledo. Buscando puntos racionales en curvas elípticas: Métodos explícitos. Vol. 8.2 \(2005\), 471-488.](#)

- Orientado a Criptografía:

[José Luis Gómez Pardo. Criptografía y curvas elípticas. Vol. 5.3 \(2002\), 737-777.](#)
