Propuesta de Trabajos Fin de Grado, curso académico 2023-24

PROFESOR: Dmitri Yakubovich

Número máximo de TFG que solicita dirigir: 2

1. El problema de subespacios invariantes.

Válido para 2 alumnos

Resumen/contenido: Es un famoso problema abierto en el Análisis Funcional, si todo operador en un espacio de Hilbert infinito dimensional tiene un subespacio invariante no trivial. Se conocen contraejemplos en algunos espacios de Banach, por otro lado, recientemente se han encontrado espacios de Banach "exóticos" donde la respuesta es afirmativa. Hay numerosos resultados parciales, basados en diferentes técnicas. Se pretende estudiar algunos de estos resultados.

Requisitos: Se requiere matricularse (o haber aprobado) Análisis Funcional.

Asignaturas de cuarto relacionadas/compatibles: Análisis Funcional, Variable Compleja II.

Bibliografía/referencias:

[1] I. Chalendar, J.R. Partington. Modern approaches to the invariant-subspace problem

Cambridge:Cambridge University Press , 2011

2. Clases de Hardy, operadores de Toeplitz y su índice de Fredholm.

Válido para 2 alumnos

Resumen/contenido: Los operadores de Toeplitz están definidos sobre espacios clásicos de Hardy, que son unos espacios de Banach muy naturales, compuestos por funciones, analíticas en el disco unidad. Estudiaremos estos espacios, estos operadores y la noción del índice de Fredholm, que los distingue de cualquier operador en un espacio normado finito dimensional.

Requisitos: Se requiere matricularse (o haber aprobado) Análisis Funcional.

Asignaturas de cuarto relacionadas/compatibles: Análisis Funcional, Variable Compleja II.

Bibliografía/referencias:

[1] Martinez-Avedaño, Peter Rosenthal. An introduction to operators on Hardy-Hilbert spaces. MAT/30/MAR

[2] Gohberg, Krupnik. One-dimensional linear singular integral equations Birkhäuser, 1992. MAT/47/GOH Vol.1 - Chapter 4.

3. Las clases de operadores de Schatten – von Neumann

Válido para 1 alumno

Resumen/contenido: En este trabajo se pretende que el estudiante estudie la teoría básica de las normas Schatten – von Neumann, las trazas y los determinantes de matrices y de operadores, incluyendo alguna aplicación. Se podrá empezar, basándose los libros [1] y [2], que sólo trata el caso finito dimensional. La introducción de [3] es también muy accesible y no requiere mucho conocimiento de los espacios de Hilbert.

Requisitos: Se requiere matricularse (o haber aprobado) Análisis Funcional.

Asignaturas de cuarto relacionadas/compatibles: Análisis Funcional, Variable Compleja II.

Bibliografía/referencias:

[1] Prasolov, V. V. Problems and theorems in linear algebra. Transl. Math. Monographs, 134. AMS, Providence, RI, 1994. xviii+225 pp.

[2] Glazman, I. M.; Ljubic, Ju. I., Finite-Dimensional Linear Analysis: A Systematic Presentation in Problem Form. Dover Books on Mathematics. Dover Publications, Inc., Mineola, NY, 2006.

[3] K. Zhu, Operator theory in function spaces, 2nd edition. AMS, 2007. Capítulo 1.

[4] B. Simon, Trace ideals and their applications, Cambridge Univ. Press, 1979.

4. Subespacios invariantes por el operador de integración sobre un intervalo y el teorema convolución Titchmarsh

Válido para 1 alumno

Resumen/contenido: Se pretende estudiar dos demostraciones del Teorema convolución Titchmarsh, una basada en el crecimento de funciones enteras y otra en la factorización de funciones de clase H^2, que el estudiante tiene que aprender.

Requisitos: Se requiere matricularse (o haber aprobado) Análisis Funcional.

Asignaturas de cuarto relacionadas/compatibles: Análisis Funcional, Variable Compleja II.

Bibliografía/referencias:

[1] R. P. Boas, Entire functions, Academic Press, 1954.

[2] Levin, B. Ya. Lectures on entire functions. Translations of Mathematical Monographs, 150. American Math. Society, Providence, RI, 1996.

[3] Martínez-Avendaño, Rubén A. An introduction to operators on the Hardy-Hilbert space, Springer, 2007.

[4] P. Koosis, Introduction to Hp spaces, Cambridge Univ. Press, 1980.

5. El teorema espectral para operadores normales y el Teorema de Fuglede y Putnam

Válido para 1 alumno

Resumen/contenido: Se pretende estudiar el Teorema Espectral para operadores autoadjuntos y operadores normales y algunas de sus aplicaciones (el teorema de Fuglede-Putnam y otras). En el primer cuatrimestre, se puede empezar con el estudio del Teorema de Weierstrass sobre la densidad de polinomios y el Teorema de Stone-Weierstrass, según el libro de Rudin [1].

Requisitos: Se requiere matricularse (o haber aprobado) Análisis Funcional.

Asignaturas de cuarto relacionadas/compatibles: Análisis Funcional, Variable Compleja II.

Bibliografía/referencias:

[1] W. Rudin, Principios de análisis matemático, Mac Grau-Hill, 1966.

[2] M. Rosenblum, On the theorem of Fuglede and Putnam, J. London Math. Soc., 33 (1958), 376-377.

[3] P. R. Halmos, What Does the Spectral Theorem Say? The American Math. Monthly, 70, No. 3 (1963), 241-247.

[4] R. Whitney, The Spectral Theorem for a Normal Operator, The American Math. Monthly, 75, No. 8 (1968), 856-861.