

Propuesta de Trabajos Fin de Grado, curso académico 2023-24

PROFESOR: Fernando Soria de Diego

Número máximo de TFG que solicita dirigir: 2

1.- **TEMA:** La solución al problema XIX de Hilbert y la regularidad de soluciones de ecuaciones elípticas.

Válido para 1 alumno.

Resumen/contenido: En las actas del Congreso Mundial ICM de 1900 en París, David Hilbert dejó escrito:

"[...] Eine der begrifflich merkwürdigsten Thatsachen in den Elementen der Theorie der analytischen Funktionen erblicke ich darin, daß es Partielle Differentialgleichungen gibt, deren Integrale sämtlich notwendig analytische Funktionen der unabhängigen Variablen sind, die also, kurz gesagt, nur analytischer Lösungen fähig sind."

Se corresponde con el problema 19 de los 23 que enumeró y busca determinar si las soluciones de problemas regulares en el cálculo de variaciones son a su vez regulares. El problema fue resuelto con métodos diferentes por De Giorgi, Nash y Moser. Se trata de un trabajo avanzado consistente en desarrollar la solución a este problema a través de versiones modernas de los artículos de estos autores. Ver detalles en:

https://en.wikipedia.org/wiki/Hilbert%27s_nineteenth_problem

Requisitos: Teoría de la Integral y de la Medida y Ecuaciones en Derivadas Parciales

Asignaturas de cuarto relacionadas/compatibles: Variable Real, Ecuaciones Dif. y Aplicaciones, Análisis Funcional

Bibliografía/referencias:

- H. Brezis, *Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations*. Springer, UTX, 2010
- De Giorgi, E. "Sulla differenziabilità e l'analiticità delle estremali degli integrali multipli regolari", *Memorie della Accademia delle Scienze di Torino* (1957)
- G. Gilbarg, N. S. Trudinger, *Elliptic Partial Differential Equations of Second Order*. Reprint of the 1998 edition. *Classics in Mathematics*. Springer-Verlag, Berlin, 2001
- Nash, John (1957), "Parabolic equations", *PNAS* 43, (1957)
- Moser, J. "A new proof of De Giorgi's theorem concerning the regularity problem for elliptic differential equations", *Comm PA Math* 13 (1960)

2.- **TEMA:** Trabajo genérico en ecuaciones en derivadas parciales.

Válido para 1 alumno.

Resumen/contenido: El contenido preciso de este trabajo se fijará después de las primeras reuniones con el alumno, adaptándolo a su formación previa.

Requisitos: Teoría de la Integral y de la Medida y Ecuaciones en Derivadas Parciales

Asignaturas de cuarto relacionadas/compatibles: Variable Real, Ecuaciones Dif. y Aplicaciones, Análisis Funcional

Bibliografía/referencias:

- H. Brezis, *Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations*. Springer, UTX, 2010
- C. Bucur, E. Valdinoci, *Nonlocal Diffusion and Applications*. Lecture Notes of the Unione Matematica Italiana 20. Springer Unione Matematica Italiana, Bologna, 2016.
- L. C. Evans, *Partial Differential Equations*. Graduate Studies in Mathematics 19. American Mathematical Society, Providence, RI, 1998.
- G. Gilbarg, N. S. Trudinger, *Elliptic Partial Differential Equations of Second Order*. Reprint of the 1998 edition. Classics in Mathematics. Springer-Verlag, Berlin, 2001
- A.C.Ponce, *Elliptic PDEs, Measures and Capacities. From the Poisson Equation to Nonlinear Thomas-Fermi Problems*. Tracts in Mathematics 23. European Mathematical Society, 2016
- I. Peral & F. Soria, *Elliptic and Parabolic Equations involving the Hardy-Leray Potential*. Ed De Gruyter, 2021
- L.Tartar, *Imbedding theorems of Sobolev spaces into Lorentz spaces*. Boll. Unione Mat. Ital. (8) 1 (1998).

3.- **TEMA:** Trabajo genérico en análisis matemático,

Válido para 1 alumno.

Resumen/contenido: El contenido preciso de este trabajo se fijará después de las primeras reuniones con el alumno, adaptándolo a su formación previa.

Requisitos: Se recomienda haber cursado las asignaturas optativas de Teoría de la Integral y de la Medida y Ecuaciones en Derivadas Parciales de 3º

Asignaturas de cuarto relacionadas/compatibles: Variable Real, Análisis Funcional

Bibliografía/referencias:

- W. Beckner, *Pitt's inequality and the uncertainty principle*. Proc. Am. Math. Soc. 123 (1995)
- H. Brezis, *Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations*. Springer, UTX, 2010
- E. Stein & R. Shakarchi, *Real Analysis: Measure Theory, Integration, and Hilbert Spaces*. Princeton Lectures in Analysis, 2005
- E. Stein & R. Shakarchi, *Fourier Analysis: An Introduction*. Princeton Lectures in Analysis, 2003
- L.Tartar, *Imbedding theorems of Sobolev spaces into Lorentz spaces*. Boll. Unione Mat. Ital. (8) 1 (1998).