

## Propuesta de Trabajos Fin de Grado, curso académico 2023-24

**PROFESOR:** Adrián González Pérez

Número máximo de TFG que solicita dirigir: 1

### 1.- TEMA: Introducción a la teoría de percolación

Válido para 1 alumno.

Resumen/contenido: Supongamos que, dado un grafo infinito, se decide para cada arista si esta será eliminada o no con una probabilidad  $p$ , independiente. La teoría de percolación estudia la probabilidad de que el grafo se mantenga conexo en términos de  $p$ . En particular, se estudian cambios de fase en la conectividad dependientes de la geometría del grafo.

Requisitos: Teoría de grafos y probabilidad

Asignaturas de cuarto relacionadas/compatibles: Probabilidad II y en menor medida Análisis Funcional,

Bibliografía/referencias:

Bollobás, Béla; Riordan, Oliver (2006). "Sharp thresholds and percolation in the plane".

Kesten, Harry (1982). Percolation Theory for Mathematicians.

### 2.- TEMA: Introducción al teorema de Peter-Weyl

Válido para 1 alumno.

Resumen/contenido: Dado un grupo de Lie compacto, el teorema de Peter-Weyl describe cómo se descomponen las representaciones de dicho grupo en un espacio de Hilbert en "factores" llamados "representaciones irreducibles". Dicha descomposición tiene numerosas aplicaciones a sistemas físicos con simetrías.

Requisitos: Acciones de grupos; espacios de Hilbert; topología.

Asignaturas de cuarto relacionadas/compatibles: Análisis Funcional; Geometría y Topología; Teoría de Galois

Bibliografía/referencias:

Folland, Gerald B. *A course in abstract harmonic analysis*. CRC press, 2016.

### 3.- TEMA: La paradoja de Banach-Tarski

Válido para 1 alumno.

Resumen/contenido: El estudiante deberá dar un a prueba autocontenida del teorema de Banach-Tarski y potencialmente estudiar algunas generalizaciones.

Requisitos: Teoría de grupos; rotaciones de  $R^3$ ; axioma de elección; teoría de la medida.

Asignaturas de cuarto relacionadas/compatibles: Teoría de la Medida; Variable Real.

Bibliografía/referencias:

Gardner, R. J. "The Banach-Tarski Paradox" (Encyclopedia of Mathematics and Its Applications, 24)." (1986): 207-208.

Paterson, Alan LT. Amenability. No. 29. American Mathematical Soc., 2000.

Tomkowicz, Grzegorz, and Stan Wagon. The Banach-Tarski Paradox. Vol. 163. Cambridge University Press, 2016.

#### 4.- TEMA: Cotas inferiores para productos de Schur y la conjetura de Novak

Válido para 1 alumno.

Resumen/contenido: A principios del siglo XX el matemático Issai Schur estudió el producto entrada a entrada de matrices, que hoy en día lleva el nombre de producto de Schur. El objetivo de este trabajo es estudiar la solución reciente de Vybíral a una conjetura proveniente de la matemática aplicada por medio de una identidad matricial elemental para productos de Schur.

Requisitos: Desigualdades elementales con matrices; álgebra lineal; positividad;

Asignaturas de cuarto relacionadas/compatibles:

Bibliografía/referencias:

Khare, Apoorva. "Sharp nonzero lower bounds for the Schur product theorem." *Proceedings of the American Mathematical Society* 149.12 (2021): 5049-5063.

Novak, Erich. "Intractability results for positive quadrature formulas and extremal problems for trigonometric polynomials." *Journal of complexity* 15.3 (1999): 299-316.

Vybíral, Jan. "A variant of Schur's product theorem and its applications." *Advances in Mathematics* 368 (2020): 107140.

Documento MS Word para enviar en este formato por correo electrónico al coordinador de TFG [jesus.azorero@uam.es](mailto:jesus.azorero@uam.es) **antes del 7 de junio.**

Indicaciones:

- Podéis añadir cuantas propuestas queráis, aunque se recomienda que no sean más de 4.
- En el resumen del proyecto utilizad solo texto plano evitando en la medida de lo posible fórmulas y símbolos. Se sugiere una extensión no superior a 3 ó 4 líneas.