

## **Propuesta de Trabajos Fin de Grado, curso académico 2023-24**

**PROFESOR:** Ana M.<sup>a</sup> Bravo Zarza

Número máximo de TFG que solicita dirigir: 3

1.- TEMA: Genérico.

### **Curvas algebraicas**

Válido para 3 alumnos/as.

Resumen/contenido: Este trabajo se recomienda para estudiantes con interés en el álgebra con aplicaciones a la geometría. Es decir, es un trabajo de iniciación a la geometría algebraica.

Se estudiará la noción de variedad proyectiva prestando especial atención a las curvas en el plano proyectivo. Dependiendo del interés de cada estudiante, el tema central del trabajo puede ser uno de los siguientes:

- Demostrar el teorema de Bezout;
- Estudiar morfismos entre curvas algebraicas;
- Probar que toda curva se puede desingularizar.

Requisitos: Conveniente, pero no indispensable, haber cursado T. Galois.

Asignaturas de cuarto relacionadas/compatibles: Álgebra Conmutativa

Bibliografía/referencias:

W. Fulton, "Algebraic Curves", Addison-Wesley 1989.

M. Reid, "Undergraduate Algebraic Geometry", London Mathematical Society Students Texts 12, 1988.

2.- TEMA: Genérico

### **Anillos de series y completados**

Válido para 1 alumno/a

Resumen/contenido: Este trabajo se recomienda para estudiantes con interés en el álgebra conmutativa. Dado un anillo conmutativo y con unidad  $A$ , estudiaremos el anillo de series en  $n$ -variables con coeficientes en  $A$ ,  $A[[x_1, \dots, x_n]]$ . Veremos que este anillo es el completado del anillo de los polinomios en  $n$  variables con coeficientes en  $A$ ,  $A[x_1, \dots, x_n]$  y estudiaremos como construir estos completados en contextos más generales.

Requisitos: Conveniente, pero no indispensable, haber cursado T. Galois.

Asignaturas de cuarto relacionadas/compatibles: Álgebra Conmutativa

Bibliografía/referencias:

M.F. Atiyah, I.G. Macdonald, "Introducción al Álgebra Conmutativa", Editorial Reverté S.A., 1989.

D. Eisenbud, "Commutative Algebra with a view toward Algebraic Geometry", GTM 150, Springer-Verlag 1994.

B. Singh, "Basic Commutative Algebra", World Scientific, 2011.

### 3.- TEMA: Genérico

#### **El grupo de clases de divisores en un anillo normal**

Válido para 1 alumno/a

Resumen/contenido: Este trabajo se recomienda para estudiantes con interés en el álgebra conmutativa. Un anillo  $A$  es normal si es un dominio de integridad que es íntegramente cerrado en su cuerpo de fracciones. Si  $A$  es normal, el conjunto de sus ideales primos de altura 1 se puede dotar de una estructura de grupo, en el que los ideales primos principales forman un subgrupo. Con esta información se construye lo que se llama el grupo de clases de divisores de  $A$ ,  $Cl(A)$ . Estudiaremos  $Cl(A)$ , su significado sobre las propiedades algebraicas de  $A$ , y su vínculo, por ejemplo, con  $Cl(A[x_1, \dots, x_n])$ .

Requisitos: Conveniente, pero no indispensable, haber cursado T. Galois.

Asignaturas de cuarto relacionadas/compatibles: Álgebra Conmutativa, Teoría Algebraica de Números.

Bibliografía/referencias:

M.F. Atiyah, I.G. Macdonald, "Introducción al Álgebra Conmutativa", Editorial Reverté S.A., 1989.

D. Eisenbud, "Commutative Algebra with a view toward Algebraic Geometry", GTM 150, Springer-Verlag 1994.

B. Singh, "Basic Commutative Algebra", World Scientific, 2011.

### 4 - TEMA: Genérico

#### **Clausura entera de ideales: ideales monomiales**

Válido para 1 alumno/a

Resumen/contenido: Este trabajo se recomienda para estudiantes con interés en el álgebra conmutativa. Un elemento es entero sobre un anillo  $A$  si es raíz de algún polinomio mónico con coeficientes en  $A$  (esta noción generaliza la de elemento algebraico sobre un cuerpo). De igual manera se puede dar una condición para que un elemento sea entero sobre un ideal  $I$  de un anillo  $A$ . El objetivo de este trabajo es comprender esta última noción, estudiar sus propiedades y dar una caracterización de cuándo un elemento de un anillo de polinomios con coeficientes en un cuerpo es entero sobre un ideal monomial.

Requisitos:

Asignaturas de cuarto relacionadas/compatibles: conveniente pero no indispensable haber cursado Teoría de Galois.

Bibliografía/referencias:

Swanson-Huneke, "Integral closure of ideals", Cambridge University Press., 1994.

